



Matematyka. Niezbędnik maturzysty

Danuta Pyrek
Elżbieta Boszczyk
Henryk Dąbrowski

Copyright © 2016 by Wydawnictwo Szkolne OMEGA

Projekt okładki: Artur Młynarz

Korekta: Barbara Stachnik

Skład i łamanie: Marzena Paleczny

ISBN: 978-83-7267-663-4

Wydanie poprawione

Wydawnictwo Szkolne OMEGA, 30-552 Kraków, ul. Wielicka 44 C

tel. 12 292 48 67, 12 4 256 256, 662 152 899

www.ws-omega.com.pl e-mail: biuro@ws-omega.com.pl

Druk: Zakład Graficzny COLONEL s.c., Kraków, ul. Dąbrowskiego 16

SPIS TREŚCI

1.	LICZBY RZECZYWISTE	9
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	9
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	14
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	18
	ODPOWIEDZI	23
2.	WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE, RÓWNANIA	25
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	25
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	29
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	33
	ODPOWIEDZI	35
3.	FUNKCJE	36
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	36
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	44
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	46
	ODPOWIEDZI	50
4.	TRYGONOMETRIA	56
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	56
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	58
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	61
	ODPOWIEDZI	65
5.	FUNKCJA LINIOWA	66
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	66
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	69
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	75
	ODPOWIEDZI	80
6.	FUNKCJA KWADRATOWA	84
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	84
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	94
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	104
	ODPOWIEDZI	107
7.	CIĄGI LICZBOWE	109
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	109
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	112
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	117
	ODPOWIEDZI	121

8.	PLANIMETRIA	123
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	123
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	127
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	132
	ODPOWIEDZI	139
9.	GEOMETRIA ANALITYCZNA	141
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	142
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	146
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	151
	ODPOWIEDZI	156
10.	STEREOMETRIA	158
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	158
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	167
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	172
	ODPOWIEDZI	177
11.	KOMBINATORYKA	178
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	178
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	184
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	187
	ODPOWIEDZI	191
12.	PRAWDOPODOBIEŃSTWO	192
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	192
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	199
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	201
	ODPOWIEDZI	203
13.	STATYSTYKA	204
I.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA	204
II.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY	206
III.	NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA	208
	ODPOWIEDZI	210

Szanowny Czytelniku!

Książka, którą trzymasz w ręku nie jest podręcznikiem. Nie jest to również tradycyjny zbiór zadań. **WAŻNE! Jest to raczej przewodnik dla ucznia, który chce przygotować się do matury z matematyki na poziomie podstawowym.** Książkę tę kierujemy nie tylko do maturzystów. Mamy nadzieję, że będzie ona pomocna uczniom każdej klasy szkoły ponadgimnazjalnej, szczególnie tym, którzy mają problemy z matematyką, a muszą zderzyć się z koniecznością obowiązkowego zdawania tego przedmiotu na maturze na poziomie podstawowym.

Doświadczenia nauczycieli i egzaminatorów wskazują na kilka powodów niepowodzeń na maturze. Chcemy zwrócić uwagę na niektóre z nich.

1. Brak znajomości i rozumienia wzorów zawartych w zestawie *Wybrane Wzory Matematyczne* (od roku 2015, opublikowane na stronie CKE) jest jedną z podstawowych przyczyn niepowodzeń maturalnych. W tym poradniku zestaw ten nazywamy KARTĄ WZORÓW. Niektórzy uczniowie nie pracują na co dzień z tą KARTĄ, więc w efekcie nie znają jej, a bywa, że pierwszy raz zapoznają się z nią na egzaminie maturalnym – zdecydowanie zbyt późno. Zadania, które przygotowaliśmy, powinny skłonić Cię do korzystania z KARTY WZORÓW. Zapewne zauważyłeś, że nie znajdziesz tam wielu niezbędnych informacji, w tym definicji, także tych, z którymi zetknąłeś się w szkole podstawowej lub w gimnazjum, a które powinieneś opanować, przygotowując się do matury. Najważniejsze chcemy Ci przypomnieć, wskazując je w każdym rozdziale pod hasłem „tego w KARCIE nie ma”. **WAŻNE! Na początku każdego rozdziału podajemy Ci dwie podstawowe informacje; co i gdzie znajduje się w KARCIE WZORÓW oraz czego w niej nie ma, więc „trzeba się nauczyć i mieć w głowie”.**

K – ikonka, która oznacza, że warto skorzystać z KARTY WZORÓW.

2. Brak sprawności rachunkowej i niepoprawne rozumienie pojęć to kolejna bardzo ważna przyczyna niepowodzeń maturalnych. Dlatego w pierwszym rozdziale tak dużo miejsca poświęcamy podstawowym zasadom poprawnego wykonywania obliczeń. **WAŻNE! Kalkulator, który możesz mieć podczas egzaminu maturalnego nigdy nie zastąpi myślenia.** Zdecydowaną większość obliczeń możesz wykonać bez kalkulatora, a w niektórych zadaniach wręcz nie powinieneś go używać. W każdym rozdziale zamieszczamy zadania ćwiczeniowe z rozwiązaniami i dodatkowymi objaśnieniami z nadzieją, że pozwolą Ci zrozumieć to, co jest niejasne lub problematyczne. Potraktuj tę część każdego rozdziału z największą uwagą i poświęć na analizę materiału ćwiczeniowego sporo czasu – dobrze zbudowane „matematyczne fundamenty” pomogą Ci na maturze, szczególnie przy rozwiązywaniu zadań zamkniętych.

WAŻNE! Zanim przystąpisz do rozwiązywania jakiegokolwiek zadania z danego działu, zaprzyjaj się najpierw ze wszystkimi wzorami z KARTY, potem z zamieszczonymi przez nas dodatkowymi materiałami teoretycznymi (tego się po prostu naucz!), następnie dokładnie przeanalizuj rozwiązane przez nas ćwiczenia oraz zadania i dopiero wtedy postaraj się samodzielnie rozwiązać kolejno wszystkie zaproponowane przez nas zadania. Szczególną uwagę zwróć na teksty po słowie „WAŻNE!”.

3. Nieuważne czytanie poleceń zamieszczonych w zadaniach to następna przyczyna niepowodzeń maturalnych. Czytanie tekstu matematycznego różni się zasadniczo od czytania tekstu literackiego. Tekst matematyczny trzeba przeczytać bardzo uważnie, zwracając uwagę na każde przeczytane słowo. Szczególnie dotyczy to poleceń w zadaniach.

WAŻNE! Nie zaczynaj rozwiązywać zadania, jeśli nie zrozumiałeś polecenia.

Proponujemy Ci przyjąć zasadę, że jeśli nie zrozumiałeś jakiegoś fragmentu, nawet jednego słowa, to znaczy, że jeszcze nie rozumiesz polecenia. Wielu uczniów doświadczyło sytuacji, gdy już po sprawdzianie, w rozmowie z kolegą, ze zdziwieniem stwierdzali, że jakiegoś warunku zadania nie wzięli w ogóle pod uwagę, albo obliczyli coś, o co w ogóle nie byli w poleceniu proszeni. Przed takimi sytuacjami chcemy Cię uchronić.

4. Brak rysunku w zadaniu z geometrii lub niepoprawny rysunek to ostatnia z przyczyn, na którą chcielibyśmy zwrócić uwagę. W arkuszach egzaminacyjnych bardzo często zadaniom z geometrii towarzyszy rysunek. Wtedy nie musisz wykonywać go jeszcze raz. Rysunek jest dla Ciebie. Jeśli uznasz za stosowne, możesz go uzupełnić o elementy, które w Twoim rozwiązaniu są ważne. Staraj się jednak rysować odcinki i proste „od liniiki”, a nie odręcznie. Jeśli treści zadania z geometrii nie towarzyszy rysunek, to najczęściej powinieneś go wykonać, bo w wielu przypadkach pomoże Ci w rozwiązaniu zadania lub w sprawdzeniu poprawności otrzymanej odpowiedzi. Przestrzegaj przy tym kilku zasad:

- ◆ jeśli w treści zadania wstępuje dowolny trójkąt, to nie rysuj trójkąta o jakichś szczególnych własnościach, np. prostokątnego, czy równoramiennego,
- ◆ jeśli w zadaniu jest mowa o trójkącie o jakiejś szczególnej własności, to narysuj trójkąt o takiej własności, np. jeśli trójkąt ma być rozwartokątny, to taki właśnie trójkąt narysuj, a nie trójkąt ostrokątny, czy prostokątny,
- ◆ jeśli podane są kąty wielokąta, to postaraj się tak narysować ten wielokąt, żeby większy kąt w treści zadania odpowiadał większemu kątowi na rysunku, a jeśli to możliwe, to narysuj kąty takie same, jak w treści zadania, np. kąt prosty, kąt 60° itp.

WAŻNE! Rysunek, który zrobisz ma Ci pomóc w rozwiązaniu zadania, a nie w tym przeszkodzić.

Wymienione przez nas przyczyny niepowodzeń z pewnością nie stanowią kompletnej ich listy, są jednak naszym zdaniem najważniejsze.

A teraz kilka uwag dotyczących „konstrukcji” tego niezbędnika – poradnika.

1. W każdym rozdziale przypomnimy Ci najważniejsze wiadomości i wskażemy niezbędne umiejętności, jakie powinienes opanować przed egzaminem maturalnym z matematyki na poziomie podstawowym. Gdybyś chciał dokładnie zapoznać się ze wszystkimi wymaganiami egzaminacyjnymi z omawianego działu, to zachęcamy Cię do sięgnięcia do podstawy programowej, którą znajdziesz na stronie <https://men.gov.pl/wp-content/uploads/2011/02/6b.pdf>, gdzie zapisane są wszystkie wymagania egzaminacyjne, również te, które dotyczą szkoły podstawowej i gimnazjum, a które również powinienes opanować (strony od 29 do 48).
2. Zadania zamieszczone w niezbędniku podzieliliśmy na cztery grupy:
 - ◆ **Ćwiczenia**, czyli zadania wprowadzające w tematykę omawianą w danym rozdziale. Zadania te rozwiązujemy w całości, zamieszczając niezbędne komentarze i wyjaśnienia.
 - ◆ **Zadania S** (S od pierwszej litery słowa sprawdzamy), czyli zadania zamknięte, które najszybciej rozwiązujemy, szukając poprawnej odpowiedzi na drodze sprawdzania odpowiedzi, czyli eliminowania niepoprawnych, wiedząc, że jedna i tylko jedna z odpowiedzi A, B, C, D jest poprawna. Oczywiście każde takie zadanie można po prostu rozwiązywać, a uzyskaną odpowiedź porównać z podanymi w poszczególnych podpunktach, i w ten sposób wskazać poprawną odpowiedź. Jednak w wielu przypadkach metoda sprawdzania pozwoli Ci zaoszczędzić cenny czas.
 - ◆ **Zadania R** (R od pierwszej litery słowa rozwiązujemy) to zadania zamknięte, które szybciej rozwiązujemy tak, jakby były to zadania otwarte, czyli takie, w których nie mamy podanej odpowiedzi (raczej nie zadziała tu metoda podstawiania, a jeżeli zadziała, to zapewne nie będzie należała do kategorii najprostszych metod).
 - ◆ **Krótkie zadania otwarte – KO** (KO od pierwszych liter słów krótkie otwarte) to zadania, które wymagają od zdającego zapisania całego rozwiązania. Zadania te oceniane są w skali od 0 do 2 punktów.
3. Na ostatnich stronach niezbędnika zamieściliśmy *Wybrane wzory matematyczne*, czyli KARTĘ WZORÓW. Jest to zestaw tych samych wzorów, które otrzymasz na egzaminie z matematyki. Nasza KARTA tym różni się od oryginalnej, że ponumerowaliśmy wszystkie wzory, które – zdając maturę na poziomie podstawowym – powinienes znać i rozumieć. W rozwiązaniach

zadań nie zamieszczamy wzorów, z których korzystamy, podajemy tylko ich numery. Mamy nadzieję, że szukając ich wielokrotnie w KARCIE, zaprzyjaźnisz się z nią na tyle, że na maturze prawie mechanicznie znajdziesz odpowiednią stronę i potrzebny wzór.

4. Może zdziwić Cię fakt, że w niektórych rozdziałach znajdują się szare pola (☹) z zapisem przekreślonym czarnym kolorem. To znak ostrzegawczy oznaczający typowy błąd. Tego typu błędy często występują w rozwiązaniach zadań maturalnych. Zaraz po tym podajemy poprawne rozwiązanie, które znajduje się na kolorowym polu (😊). **WAŻNE! Przeanalizuj każdą parę (☹ i 😊) takich zapisów i postaraj się zrozumieć na czym polega błąd.**
5. Mamy nadzieję, że język, którym posługujemy się w tym poradniku jest prosty i będzie dla Ciebie zrozumiały. Zdarza się jednak, że używamy języka trudniejszego, gdyż w przeciwnym razie moglibyśmy zbyt powierzchownie potraktować omawiany problem. Do wybranych zadań podajemy różne rozwiązania, niektóre mogą wydawać Ci się zbyt trudne, ale wybór zawsze należy do Ciebie.

Szanowny Maturzysto! W każdym rozdziale zamieszczamy zestaw zadań do samodzielnego rozwiązania. Jeśli któregoś z tych zadań nie uda Ci się rozwiązać od razu – wróć do ćwiczeń. Niektóre z zadań, które sprawiły Ci szczególną trudność rozwiąż kilkakrotnie z zachowaniem odstępów czasowych. **WAŻNE! Samodzielne i poprawne rozwiązanie w całości wszystkich tych zadań (najlepiej z zachowaniem kolejności ich występowania) zagwarantuje Ci rozwiązanie na maturze większości zadań zamkniętych i krótkich zadań otwartych,** co powinno bardzo zbliżyć Cię do sukcesu – zdania matury, czego Ci serdecznie życzymy. Gdy spełnią się te życzenia, wtedy zostanie osiągnięty główny cel tego przewodnika.

Autorzy

Danuta Pyrek – wieloletni nauczyciel matematyki, trener i edukator egzaminu maturalnego z matematyki, autor wielu zbiorów zadań, opracowań dydaktycznych, autorskich programów nauczania i arkuszy maturalnych.

Elżbieta Boszczyk – wieloletni nauczyciel matematyki, trener egzaminu maturalnego z matematyki, autor wielu opracowań dydaktycznych, autorskiego programu nauczania i arkuszy maturalnych.

Henryk Dąbrowski – wieloletni nauczyciel matematyki, starszy ekspert Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Łodzi, autor wielu zbiorów zadań, opracowań dydaktycznych i arkuszy maturalnych.

1. LICZBY RZECZYWISTE

W tym rozdziale przypomnimy Ci najważniejsze wiadomości i wskażemy niezbędne umiejętności, jakie powinieneś opanować przed egzaminem maturalnym z matematyki na poziomie podstawowym z zakresu wiadomości o liczbach rzeczywistych. Gdybyś chciał dokładnie zapoznać się ze wszystkimi wymaganiami egzaminacyjnymi z tego działu, zachęcamy Cię do sięgnięcia do podstawy programowej, którą znajdziesz na stronie <https://men.gov.pl/wp-content/uploads/2011/02/6b.pdf>, gdzie te wymagania zostały zawarte (strony od 41 do 49) w dziale 1 (liczby rzeczywiste) oraz do podstawy programowej dla gimnazjum (III etap edukacyjny, strony 35 i 36) – dział 1, 2 (liczby wymierne), 3 (potęgi), 4 (pierwiastki), 5 (procenty).

WAŻNE! Mamy nadzieję, że nie tylko nie zdziwi Cię początkowa (ćwiczeniowa) zawartość tego rozdziału, ale właśnie wszystkie te zadania potraktujesz bardzo poważnie. Wszyscy wiemy, że główną przyczyną niepowodzeń maturalnych uczniów jest brak podstawowych sprawności rachunkowych, zatem dobrze byłoby solidnie popracować nad poprawą umiejętności bezbłędnego wykonywania obliczeń.

WAŻNE! Jeżeli nie umiesz rachować, nie zdobędziesz punktów za zadania zamknięte – tu o sukcesie decyduje głównie sprawność rachunkowa!

I. NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA

- K** 1. Co i gdzie znajduje się w KARCIE WZORÓW CKE (od roku 2015):
- ◆ potęgi, działania na potęgach – str. 1., wzory 2.1., 2.4.1., 2.4.2., 2.4.3., 2.5.1., 2.5.2., 2.5.3., 2.5.4., 2.5.5.,
 - ◆ pierwiastek arytmetyczny – str. 1., wzór 2.2.
 - ◆ pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej – str. 1., wzór 2.3.
 - ◆ logarytmy – str. 2., wzory 3.1., 3.2., 3.3.1., 3.3.2., 3.3.3.
2. Czego w KARCIE WZORÓW nie ma, więc trzeba się nauczyć i „mieć w głowie”:
- ◆ kolejność wykonywania działań:
 - ◆ potęgowanie wykonujemy przed mnożeniem i dzieleniem
 - ◆ gdy nie ma nawiasów, mnożenie i dzielenie wykonujemy w kolejności ich występowania (od lewej do prawej strony), np. $40 : 4 \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$
 - ◆ mnożenie i dzielenie wykonujemy przed dodawaniem i odejmowaniem
 - ◆ zaczynamy od działań w tych nawiasach, które nie zawierają innych nawiasów

- ♦ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ dla dowolnych liczb $a \geq 0$ i $b \geq 0$
- ♦ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ dla dowolnych liczb $a \geq 0$ i $b > 0$
- ♦ NIE MA takiego wzoru ~~$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$~~ ☹ (patrz ćw. 1.4.)
- ♦ $a \cdot (b + c) = ab + ac$ dla dowolnych liczb a, b, c
- ♦ NIE MA takiego wzoru ~~$a \cdot (bc) = (ab) \cdot (bc)$~~ ☹ (patrz ćw. 1.6.)
- ♦ $a \cdot (bc) = (ab) \cdot c = b \cdot (ac)$ dla dowolnych liczb a, b, c
- ♦ jeżeli p jest przybliżeniem wartości dokładnej a różnej od zera, to
 - ♦ błędem bezwzględnym tego przeblżenia nazywamy liczbę $|a - p|$
 - ♦ błędem względnym tego przeblżenia nazywamy liczbę $\frac{|a - p|}{|a|}$, a jeżeli błąd ten wyrażamy w procentach, to wówczas jest on równy $\frac{|a - p|}{|a|} \cdot 100\%$.

Porozmawiajmy o podstawowych błędach rachunkowych, aby je wyeliminować.

Ćwiczenie 1.1.

Oblicz -5^2 .

Rozwiązanie

WAŻNE! Żeby poprawnie rozwiązać to zadanie, musimy rozumieć (wiedzieć), jaką liczbę podnosimy do kwadratu. Oczywiście wynikiem końcowym tego działania NIE jest 25, czyli

~~$-5^2 = 25$~~ ☹

Znak minus stojący na początku dotyczy kwadratu liczby 5. Dla zaakcentowania tego faktu użyjemy nawiasu

$$-5^2 = -(5^2),$$

którego zwyczajowo się nie stawia. **Zatem poprawny wynik, to**

$$-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25. \text{ ☺}$$

Ćwiczenie 1.2.

Oblicz $(-5)^2$.

Rozwiązanie

Zastanówmy się, jak poprzednio, jaką liczbę podnosimy do kwadratu. W przeciwieństwie do poprzedniego ćwiczenia jest to liczba -5 . Dlatego wynikiem tego działania NIE jest liczba -25 , czyli

~~$(-5)^2 = -25$~~ ☹

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poprawne obliczenie to

$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25. \text{ 😊}$$

Ćwiczenie 1.3.

Oblicz $3:5 \cdot \frac{1}{5}$.

Rozwiązanie

Tym ćwiczenie ma na celu przypomnienie Ci kolejności wykonywania działań.

WAŻNE! Często popełnianym błędem jest wykonywanie działań w niewłaściwej kolejności. Mnożenie i dzielenie wykonujemy w kolejności, w jakiej są zapisane (jak w podanym przykładzie), o ile nie występują nawiasy. Zatem NIEPOPRAWNE jest

$$3:5 \cdot \frac{1}{5} = 3:1 = 3. \text{ ☹}$$

Poprawne obliczenie może być np. takie

$$3:5 \cdot \frac{1}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25}. \text{ 😊}$$

Ćwiczenie 1.4.

Oblicz $\sqrt{16+9}$.

Rozwiązanie

WAŻNE! Tym razem chcemy uchronić Cię przed innym błędem, który często uczniowie popełniają. NIE jest poprawne obliczenie

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7. \text{ ☹}$$

Najpierw trzeba obliczyć sumę występującą pod pierwiastkiem, więc **poprawne rozwiązanie jest następujące:**

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5. \text{ 😊}$$

Ćwiczenie 1.5.

Oblicz $\sqrt{1\frac{9}{16}}$.

Rozwiązanie

Tym ćwiczeniem chcemy zwrócić Twoją uwagę na inny, też często popełniany błąd dotyczący pierwiastka z liczby mieszanej. NIE jest poprawne obliczenie

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}. \text{ ☹}$$

Liczba $1\frac{9}{16}$ to nie jest iloczyn liczb 1 oraz $\frac{9}{16}$, ta liczba to suma liczb 1 oraz $\frac{9}{16}$. Nie zapisuj jednak $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{1 + \frac{9}{16}}$, gdyż to nie przybliży Cię do wyniku końcowego, a tylko narażasz się na błąd, który omówiliśmy w ćwiczeniu 4.

WAŻNE! Najpierw trzeba liczbę mieszaną, czyli $1\frac{9}{16}$, zamienić na ułamek niewłaściwy $1\frac{9}{16} = \frac{25}{16}$, a dopiero potem obliczyć z tej liczby pierwiastek.

Poprawne rozwiązanie może więc wyglądać na przykład tak:

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} \quad \text{😊}$$

WAŻNE! Czytaj uważnie polecenia i zwróć uwagę na to, że niekiedy jeden mały znak zupełnie zmienia sens tego, co jest zapisane. Gdybyśmy mieli obliczyć $\sqrt{1 \cdot \frac{9}{16}}$, a więc pod pierwiastkiem jest teraz iloczyn liczby 1 i ułamka $\frac{9}{16}$, to wówczas prawdziwa byłaby równość $\sqrt{1 \cdot \frac{9}{16}} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{\frac{9}{16}} = 1 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

Ćwiczenie 1.6.

Oblicz $7 \cdot (4 \cdot 5)$.

Rozwiązanie

Zacznijmy od NIEPOPRAWNEGO rozwiązania

~~$$7 \cdot (4 \cdot 5) = 7 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5 = 28 \cdot 35 = 980 \quad \text{😞}$$~~

Zastosowaliśmy NIEISTNIEJĄCE prawo „rozdzielności mnożenia względem mnożenia”. **Obliczmy więc poprawnie**

$$7 \cdot (4 \cdot 5) = 7 \cdot 20 = 140 \quad \text{😊}$$

Moglibyśmy wykonać mnożenie w innej kolejności, na przykład tak:

$$7 \cdot (4 \cdot 5) = (7 \cdot 4) \cdot 5 = 28 \cdot 5 = 140.$$

Wykorzystaliśmy tu prawo łączności mnożenia. Moglibyśmy także zamienić kolejność czynników, wykorzystując prawo przemienności mnożenia, i wówczas mielibyśmy na przykład

$$7 \cdot (4 \cdot 5) = 4 \cdot (7 \cdot 5) = 4 \cdot 35 = 140.$$

Jak widzisz, którąkolwiek z poprawnych dróg byśmy nie poszli, to zawsze dojdziemy do poprawnego wyniku 140.

Ćwiczenie 1.7.Oblicz $(-2+5)^2$.**Rozwiązanie**

Zacznijmy, jak poprzednio, od NIEPOPRAWNEGO rozwiązania

~~$$(-2+5)^2 = (-2)^2 + 5^2.$$~~ ☹

WAŻNE! Najprościej jest wykonać najpierw dodawanie $-2+5=3$, wtedy pozostaje już tylko podnieść 3 do kwadratu, zatem

$$(-2+5)^2 = 3^2 = 9.$$
 😊

Moglibyśmy też zastosować wzór skróconego mnożenia na kwadrat sumy, czyli $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, wówczas mielibyśmy

$$(-2+5)^2 = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) \cdot 5 + 5^2 = 4 - 20 + 25 = 9.$$

Ten sposób jednak jest długi, choć poprawny. Dlatego w tej sytuacji nie polecamy go.

Ćwiczenie 1.8.Oblicz $|-2| - |-7| + |5|$.**Rozwiązanie**

Tym ćwiczeniem chcemy przypomnieć Ci pojęcie wartości bezwzględnej liczby, z którym zetknąłeś się już w szkole podstawowej. Znow zaczniemy od NIEPOPRAWNEGO rozwiązania

~~$$|-2| - |-7| + |5| = 2 - (-7) + 5.$$~~ ☹

WAŻNE! Znak wartości bezwzględnej liczby nie działa jak nawias.

Obliczmy poprawnie, ustalając najpierw kolejno:

$|-2| = 2$, gdyż wartość bezwzględna z liczby ujemnej -2 to liczba do niej przeciwna, czyli 2,

$|-7| = 7$ – tak jak poprzednio,

$|5| = 5$, bo wartość bezwzględna z liczby dodatniej 5 to ta sama liczba 5.

Poprawne rozwiązanie może więc wyglądać na przykład tak:

$$|-2| - |-7| + |5| = 2 - 7 + 5 = 0.$$
 😊

II. NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – PRZYKŁADY

Zadania zamknięte

Zadania zamknięte to zadania, w których podano kilka odpowiedzi, a do Ciebie należy wskazanie poprawnej. Często warto jest wykorzystać te odpowiedzi, a zwłaszcza fakt, że wśród nich znajduje się ta poprawna i jest tylko jedna taka odpowiedź. Na egzaminie maturalnym z matematyki nie pojawiają się bowiem zadania zamknięte, gdzie może w ogóle nie być poprawnej odpowiedzi albo może być ich więcej niż jedna. Dlatego podamy Ci przykłady zadań zamkniętych, które łatwiej – naszym zdaniem – rozwiązać, szukając poprawnej odpowiedzi poprzez sprawdzenie, wyeliminowanie niepoprawnych odpowiedzi itp., oraz takie zadania zamknięte, które łatwiej – naszym zdaniem – rozwiązać tak, jakby odpowiedzi do nich nie było.

Zadania S (S od pierwszej litery słowa sprawdzamy)

Przykład 1.1.S

Wskaż, nierówność, którą spełnia liczba $6\sqrt{2}$.

- A. $|x - 1| < 2$ B. $|x - 2| < 3$ C. $|x - 3| < 4$ D. $|x - 4| < 5$

Rozwiązanie

Podstawiamy za x liczbę $6\sqrt{2}$ do nierówności pierwszej, czyli do nierówności $|x - 1| < 2$. Otrzymujemy wtedy

$$|6\sqrt{2} - 1| < 2$$

Żeby rozstrzygnąć, czy ta nierówność jest prawdziwa czy fałszywa, możemy na przykład oszacować liczbę $6\sqrt{2} - 1$.

$$\sqrt{2} \approx 1,41, \text{ więc } 6\sqrt{2} \approx 8,5, \text{ zatem } 6\sqrt{2} - 1 \approx 7,5.$$

Lewa strona nierówności jest w przybliżeniu równa $|7,5| = 7,5$, a to jest liczba większa od 2. Stąd wnioskujemy, że odpowiedź A jest niepoprawna.

Wykorzystując oszacowanie $6\sqrt{2} \approx 8,5$, otrzymujemy $6\sqrt{2} - 2 \approx 6,5$, więc lewa strona nierówności z odpowiedzi B, czyli nierówności $|x - 2| < 3$, jest w przybliżeniu równa $|6,5| = 6,5$, a więc więcej niż 3. Zatem odpowiedź B też jest niepoprawna.

Podobnie $6\sqrt{2} - 3 \approx 5,5$, więc lewa strona odpowiedzi C jest w przybliżeniu równa $|5,5| = 5,5$. Ta liczba nie jest mniejsza od 4, więc odpowiedź C też jest niepoprawna.

WAŻNE! Pozostaje tylko odpowiedź D, która musi być poprawna. Nie musimy więc tego sprawdzać, choć jeśli tylko czas Ci na to pozwala, proponujemy to zrobić. Gdyby się okazało, że ta odpowiedź też nie jest poprawna, powinienś wszystko policzyć jeszcze raz. **Tym sposobem możesz ustrzec się błędu, który mogłeś popełnić wcześniej.**

Przykład 1.2.S

Wskaż liczbę, która spełnia nierówność $|2x - 3| \leq x + 1$.

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

Rozwiązanie

Sprawdzamy, czy liczba -2 spełnia nierówność $|2x - 3| \leq x + 1$. Podstawiamy więc za x liczbę -2 i otrzymujemy

$$|2 \cdot (-2) - 3| \leq -2 + 1,$$

$$|-4 - 3| \leq -1,$$

$$|-7| \leq -1,$$

ale $|-7| = 7$, zatem otrzymujemy nierówność

$$7 \leq -1,$$

która jest nieprawdziwa. Stąd wnioskujemy, że odpowiedź A jest niepoprawna.

Analogicznie sprawdzamy, czy liczba -1 spełnia nierówność $|2x - 3| \leq x + 1$.

$$|2 \cdot (-1) - 3| \leq -1 + 1,$$

$$|-2 - 3| \leq 0,$$

$$|-5| \leq 0,$$

$$5 \leq 0.$$

Ta nierówność też jest sprzeczna, więc odpowiedź B jest również niepoprawna.

Sprawdzamy, czy liczba 0 spełnia naszą nierówność.

$$|2 \cdot 0 - 3| \leq 0 + 1,$$

$$|-3| \leq 1,$$

$$3 \leq 1.$$

Otrzymaliśmy sprzeczność. Odpowiedź C też jest niepoprawna.

Pozostała odpowiedź D, która musi być poprawna.

Przykład 1.3.S

Liczba $\log 28$ jest równa:

- A. $\log 4 \cdot \log 7$
 B. $\log 24 + 2 \log 2$
 C. $\log 36 - \log 8$
 D. $\log 56 - \log 2$

Rozwiązanie

W tym zadaniu wygodniej nam będzie sprawdzić poprawność każdej z podanych odpowiedzi.

W odpowiedzi A występuje iloczyn logarytmów $\log 4 \cdot \log 7$.

Iloczyn logarytmów NIE jest równy logarytmowi z iloczynu, czyli NIE jest prawdziwy wzór ~~$\log_a x \cdot \log_a y = \log_a (x \cdot y)$~~ ☹ dla dowolnych liczb $x > 0$, $y > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. Zatem odpowiedź A jest niepoprawna.

Jeśli nie wiesz, co zrobić z wyrażeniem $\log 4 \cdot \log 7$, nie działaj „na siłę” – próbuj przekształcać wyrażenia z pozostałych odpowiedzi z nadzieją, że odpowiedź A „sama się wyeliminuje”.

K Wyrażenie przekształcimy następująco (KARTA WZORÓW, str. 2, wzory 3.3.1., 3.3.2.):

$$\log 24 + 2 \log 2 = \log 24 + \log 2^2 = \log 24 + \log 4 = \log(24 \cdot 4) = \log 96.$$

To nie jest równe $\log 28$. Tym samym odpowiedź B jest niepoprawna.

Przekształcając wyrażenie podane w odpowiedziach C i D, wykorzystamy wzór

K na różnicę logarytmów (KARTA WZORÓW, str. 2, wzór 3.3.3.). Otrzymujemy

$$\log 36 - \log 8 = \log \frac{36}{8} = \log \frac{9}{2} \neq \log 28,$$

więc odpowiedź C nie jest poprawna.

$$\log 56 - \log 2 = \log \frac{56}{2} = \log 28,$$

więc odpowiedź D jest poprawna. Nie musimy więc już wracać do odpowiedzi A.

Zadania R (R od pierwszej litery słowa rozwiązujemy)

Przykład 1.4.R

Liczba $\sqrt{12^2 + 5^2}$ jest równa

A. 13

B. 17

C. 169

D. 289

Rozwiązanie

Wystarczy obliczyć $\sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$, więc poprawna odpowiedź to A.

Przykład 1.5.R

Liczba $\frac{3^{13} + 9^6}{2 \cdot 3^{14} : 9}$ jest równa

A. 2

B. $\frac{3^{13}}{2}$ C. $\frac{3^{13} + 13}{14}$ D. $\frac{3^{13}}{18}$ **Rozwiązanie**

Zwróć najpierw uwagę na to, że w podanym wyrażeniu występują potęgi liczby 3 oraz potęgi liczby 9. Te drugie łatwo możemy zapisać jako potęgi liczby 3, gdyż

K $9 = 3^2$. Stosując prawa działań na potęgach (KARTA WZORÓW, str. 1, wzory 2.5.2., 2.5.3.), otrzymujemy

$$\frac{3^{13} + 9^6}{2 \cdot 3^{14} : 9} = \frac{3^{13} + (3^2)^6}{2 \cdot 3^{14} : 3^2} = \frac{3^{13} + 3^{12}}{2 \cdot 3^{12}} = \frac{3 \cdot 3^{12} + 3^{12}}{2 \cdot 3^{12}} = \frac{4 \cdot 3^{12}}{2 \cdot 3^{12}} = \frac{4}{2} = 2$$

Zatem poprawna odpowiedź to A.

Gdy dodajemy lub odejmujemy potęgi o tych samych podstawach, musimy uważać, żeby nie popełnić bardzo częstego błędu i nie zapisać NIEPRAWDZIVEJ równości $3^{13} + 3^{12} = 3^{13+12}$ ☹. O tym, że równość $a^x + a^y = a^{x+y}$ ☹ jest nieprawdziwa, łatwo przekonaasz się, obliczając np. $3^2 + 3^5$, co jest równe $9 + 27 = 36$, ale to nie jest równe $3^{2+5} = 3^7 = 243$ ☹.

Żeby dodać takie potęgi, musimy najpierw w każdej z nich „zobaczyć” taką samą potęgę, czyli zauważyć, że $3^{13} = 3 \cdot 3^{12}$. Mówiąc prosto – mamy w ten sposób trzy potęgi 3^{12} . Teraz suma $3^{13} + 3^{12}$, czyli $3 \cdot 3^{12} + 3^{12}$, to nic innego jak suma trzech potęg 3^{12} i jeszcze jednej takiej potęgi. Razem mamy więc cztery takie potęgi, czyli $3 \cdot 3^{12} + 3^{12} = 4 \cdot 3^{12}$ ☺.

III. NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA

Krótkie zadania otwarte – KO

Zadanie 1.1.KO

Oblicz:

- a) $49\frac{7}{13} : 7$
- b) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} \cdot 2$
- c) $23,00000061 : 0,03$
- d) $\frac{-0,003 \cdot 2,1}{0,07} + 0,007$
- e) $\left(-2\frac{1}{2}\right) : 1\frac{2}{3} - 1,4 \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right) + \frac{1}{9}$
- f) $\frac{\frac{6}{7} - \frac{15}{28} : \left(-\frac{3}{4}\right)^2}{3,5 + 4,2 \cdot \left(-1\frac{1}{6}\right)}$

Zadanie 1.2.KO

Wyznacz liczbę $x = \frac{\sqrt{1\frac{7}{9} - \frac{3}{50}} : (0,2)^2 + 1\frac{2}{3}}{(-2)^3 \cdot 0,25 + 2\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}$, a następnie wyznacz liczbę

- a) odwrotną do liczby x ,
- b) mniejszą o $\frac{3}{4}$ od podwojonej liczby x .

Zadanie 1.3.KO

Oblicz:

- a) sumę kwadratów liczb -5 i $3\frac{1}{2}$
- b) kwadrat sumy liczb -5 i $3\frac{1}{2}$
- c) połowę iloczynu liczby -4 oraz kwadratu liczby $-1\frac{1}{3}$

1. LICZBY RZECZYWISTE

- d) kwadrat liczby przeciwnej do sumy liczb $-2\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{2}$
e) iloczyn liczby odwrotnej do $13\frac{1}{2}$ i liczby -3^2

Zadanie 1.4.KO

Oblicz:

- a) $4 - (-1 - \sqrt{3})^2$
b) $-2^2 - (-3 - 2^{-1})^2$
c) $4 - (1 - 2^{-1})^{-1}$
d) $|1 - \sqrt{2}| - |-3| - \sqrt{2}$

Zadanie 1.5.KO

Oblicz:

- a) $81^5 : 3^{11}$
b) $8 : \frac{1}{8} \cdot (-2^4)$
c) $625^{-4} : \left(\frac{1}{125}\right)^4$
d) $\frac{(8 \cdot 3)^{10}}{27^3 : 32^{-6}}$
e) $\frac{72^6}{2^{14} \cdot 3^{11}}$
f) $50^3 : 2^4 \cdot 256^{\frac{1}{4}}$

Zadanie 1.6.KO

Oblicz:

- a) $\sqrt{20} - \sqrt{125}$
b) $\sqrt[3]{-16} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{128}$
c) $(-4 - 2\sqrt{5}) \cdot (\sqrt[3]{-125} - 2)$
d) $(1 - 2\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{8} - 3) - 2(\sqrt{2} + \sqrt{27})$
e) $(2 - 3\sqrt{2})^2$
f) $(-3 - 2\sqrt{2})^2$
g) $(3 + 4\sqrt{2})(3 - 4\sqrt{2})$
h) $(-1 - 3\sqrt{2}) - (1 - 3\sqrt{2})$

Zadanie 1.7.KO

Wykonaj działania i wynik zapisz w postaci $a\sqrt{b}$, gdzie a i b to liczby całkowite.

- a) $\sqrt{32} + 2\sqrt{2} - 5(-\sqrt{8} - 3\sqrt{2}) - \sqrt{128}$
b) $\sqrt[3]{-32} - \sqrt[3]{4}(\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{27}) - \sqrt[3]{108}$
c) $\sqrt{100 - 25} - \sqrt{100 + 25} - (-5\sqrt{5})$
d) $\sqrt{(-2 - 3)^2 - (-1 + 4)^2} \cdot \sqrt{3}$
e) $(5\sqrt{12} - \sqrt{48})\sqrt{5}$

Zadanie 1.8.KO

Oblicz:

a) $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}$

c) $\frac{5\sqrt{3}-5}{25} - \frac{\sqrt{3}}{5}$

b) $\frac{4}{4-2\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$

d) $\frac{-3-6\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3}$

Zadanie 1.9.KO

Usuń niewymierność z mianownika ułamka.

a) $\frac{4}{5\sqrt{2}}$

d) $\frac{2\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}$

b) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

e) $\frac{2\sqrt{3}}{5-3\sqrt{3}}$

c) $\frac{-3}{1+\sqrt{5}}$

f) $\frac{3\sqrt{15}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-3\sqrt{3}}$

Zadanie 1.10.KO

Dane są liczby $a = \frac{5}{4}\sqrt{13^2-12^2}$ oraz $b = \left[1\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^{-2}$. Oblicz wartość wyrażenia $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$.

Zadanie 1.11.KO

Zapisz podane liczby w postaci $3^{\frac{k}{l}}$, gdzie k, l są liczbami całkowitymi.

a) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-3} \cdot 81^{-\frac{1}{3}} : 9^{-2}$

b) $\frac{3^{52}-3^{51}}{3^{49} \cdot \sqrt{12}}$

c) $\frac{3^{32}+3^{32}+2 \cdot 3^{32}+5 \cdot 3^{32}}{3^{32} \cdot \sqrt[4]{3}}$

d) $\frac{3^7+2 \cdot 3^7+4 \cdot 3^7+2 \cdot 3^7}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 27}$

Zadanie 1.12.KO

Oblicz:

a) $2 \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 32$

c) $2 \log 5 + \log 24 - \log 6$

b) $2 \log_3 36 - \log_3 16$

d) $2 - 2 \log_3 \frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 1.13.KO

Przedstaw wyrażenie w postaci logarytmu pewnej liczby.

a) $2 - 3 \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{8}$

b) $1 - 2 \log_2 10$

c) $\frac{\log_3 \frac{1}{9}}{\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5}} - \log_3 45$

d) $2 \cdot \log_3 9 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{8} + \log_2 192$

Zadanie 1.14.KO

Dane są liczby: $a = \log_5 \sqrt{5}$, $b = \log_3 \frac{1}{9}$, $c = \log_4 1$. Uporządkuj podane liczby w kolejności rosnącej.

Zadanie 1.15.KO

Dane są liczby $x = \log_4 \frac{1}{64}$ i $y = \log_2 20 - \log_2 40$. Oblicz $x - y$.

Zadanie 1.16.KO

Liczba o 60% większa od liczby a jest równa 20. Oblicz a .

Zadanie 1.17.KO

Liczba x stanowi 30% dodatniej liczby y . Jakim procentem liczby x jest liczba y ?

Zadanie 1.18.KO

Jakim procentem liczby 24 jest 40% liczby 6?

Zadanie 1.19.KO

W pewnej klasie jest 16 dziewcząt. Chłopcy stanowią 20% uczniów tej klasy. Ilu chłopców jest w tej klasie?

Zadanie 1.20.KO

Cena kurtki po dwóch kolejnych obniżkach, za każdym razem o 10%, jest równa 324 zł. Oblicz cenę tej kurtki przed obniżkami.

Zadanie 1.21.KO

Płaszcz w hurtowni kosztuje 400 zł. W sklepie jest sprzedawany po 450 zł. O ile procent płaszcz jest tańszy w hurtowni niż w sklepie?

Zadanie 1.22.KO

Klasa liczy 21 chłopców i 9 dziewcząt. O ile procent liczba dziewcząt jest mniejsza od liczby chłopców w tej klasie?

Zadanie 1.23.KO

Cena komputera wraz z 23% podatkiem VAT jest równa 3690 zł. Oblicz cenę tego komputera bez podatku VAT.

Zadanie 1.24.KO

Pani Ania oszacowała wartość zakupionych prezentów na kwotę 150 zł. Po dokładnym policzeniu okazało się, że pani Ania wydała 175 zł. Oblicz błąd względny tego oszacowania i podaj go w procentach.

ODPOWIEDZI

- Zadanie 1.1.KO** a) $7\frac{1}{13}$ b) 2 c) 766,66687
d) $-0,083$ e) $\frac{11}{18}$ f) $\frac{10}{147}$
- Zadanie 1.2.KO** a) $\frac{3}{10}$ b) $5\frac{11}{12}$
- Zadanie 1.3.KO** a) $37\frac{1}{4}$ b) $2\frac{1}{4}$ c) $-3\frac{5}{9}$ d) 4
e) $-\frac{2}{3}$
- Zadanie 1.4.KO** a) $-2\sqrt{3}$ b) $-16\frac{1}{4}$ c) 2 d) -4
- Zadanie 1.5.KO** a) $3^9 = 19683$ b) -1024 c) $\frac{1}{625}$ d) 3
e) 48 f) $1953\frac{1}{8}$
- Zadanie 1.6.KO** a) $-3\sqrt{5}$ b) $3\sqrt[3]{2}$
c) $28 + 14\sqrt{5}$ d) $-3 - 4\sqrt{6}$
e) $22 - 12\sqrt{2}$ f) $17 + 12\sqrt{2}$
g) -23 h) -2
- Zadanie 1.7.KO** a) $23\sqrt{2}$ b) $-4\sqrt[3]{4}$ c) $5\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3}$ e) $6\sqrt{15}$
- Zadanie 1.8.KO** a) 3 b) 4 c) $-\frac{1}{5}$ d) -1
- Zadanie 1.9.KO** a) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ b) $2 + \sqrt{3}$ c) $\frac{3 - 3\sqrt{5}}{4}$ d) $\frac{2 + 4\sqrt{2}}{7}$
e) $-9 - 5\sqrt{3}$ f) $\frac{-1 - 3\sqrt{5}}{2}$
- Zadanie 1.10.KO** $1\frac{13}{36}$
- Zadanie 1.11.KO** a) $3^{\frac{23}{3}}$ b) $3^{\frac{3}{2}}$ c) $3^{\frac{7}{4}}$ d) 3^3
- Zadanie 1.12.KO** a) -11 b) 4 c) 2 d) 3
- Zadanie 1.13.KO** a) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{128}{125}$ b) $\log_2 \frac{1}{50}$ c) $\log_3 \frac{9}{5}$ d) $\log_2 3$
- Zadanie 1.14.KO** $b < c < a$

NIEZBĘDNIK MATURZYSTY

Zadanie 1.15.KO $x - y = -2$

Zadanie 1.16.KO $a = 12,5$

Zadanie 1.17.KO $333\frac{1}{3}\%$

Zadanie 1.18.KO 10%

Zadanie 1.19.KO 4

Zadanie 1.20.KO 400 zł

Zadanie 1.21.KO $11\frac{1}{9}\%$

Zadanie 1.22.KO $57\frac{1}{7}\%$

Zadanie 1.23.KO 3000 zł

Zadanie 1.24.KO $14\frac{2}{7}\%$