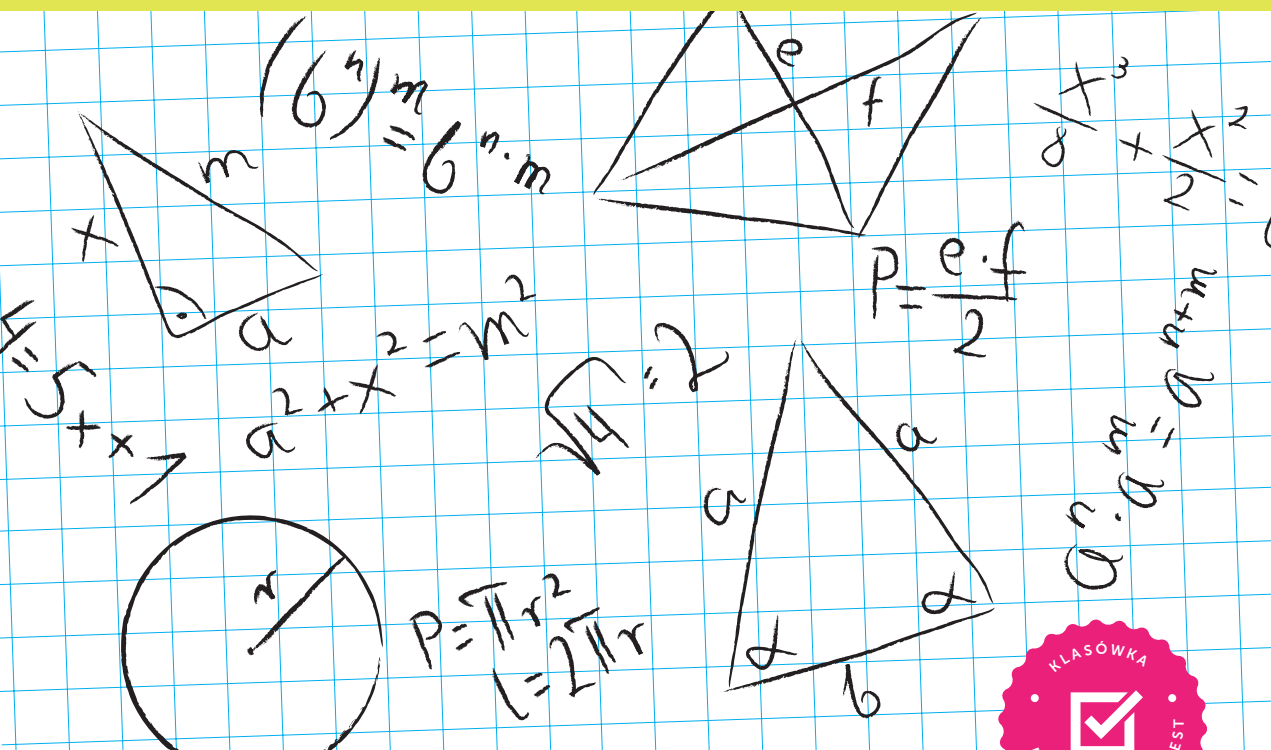


Seria bestsellerowych repetytoriów

MATEMATYKA

TABLICE SZKOLNE



TWÓJ DOMOWY NAUCZyciel



MATEMATYKA

TABLICE SZKOLNE

OLDSCHOOL

• STARA DOBRASZKOŁA •

Opracowanie tablic:

Adam Konstantynowicz, Anna Konstantynowicz, Kaja Mikoszevska

Redaktor serii: **Marek Jannasz**

Ilustracje: **Magdalena Wójcik**

Projekt okładki i zdjęcie na okładce: **Klara Perepłyś-Pajak**

Projekt makiety i opracowanie graficzne: **Kaja Mikoszevska**

Tablice opracowano z wykorzystaniem materiałów z repetytoriów
wydawnictwa Lingo i OldSchool autorstwa Adama Konstantynowicza.

© Copyright by Wydawnictwo Lingo sp. j., Warszawa 2017

Serii OldSchool i Cel-matura szukaj też na:     

www.egzamin.guru

ISBN: 978-83-7892-561-3

ISBN wydania elektronicznego: 978-83-7892-589-7

Skład i łamanie: Kaja Mikoszevska

Wstęp

Drodzy Uczniowie!

Jeśli przygotowujecie się do klasówki, testu bądź egzaminu z matematyki, wygodne i przejrzyste tablice pomogą Wam uporządkować wiedzę i zrobić powtórkę. Zawierają one wszystkie istotne zagadnienia w pigułce, dzięki czemu będziecie mogli w szybki i prosty sposób przypomnieć i utrwalić sobie najważniejsze informacje.

Zależało nam na tym, aby nauka z naszej książki była nie tylko pożyteczna, ale także przyjemna – zadbałismy zarówno o dobór tematów, jak i o nowoczesny układ graficzny z ilustracjami.

Książka składa się z dziesięciu rozdziałów, w których znajdziecie najważniejsze informacje m.in. o liczbach wymiernych, potęgach i pierwiastkach, procentach, wyrażeniach algebraicznych, równaniach, bryłach, wraz z przydatnymi wskazówkami, jak rozwiązywać zadania.

Wierzimy, że „Tablice szkolne” z serii OldSchool przydadzą się Wam na każdym etapie nauki, a także że będą dla Was skuteczną pomocą do samodzielnej powtórki z matematyki.

Z życzeniami powodzenia
autorzy i redaktorzy Lingo

Spis treści

Część 1. Podstawowe pojęcia	7
Co uczeń musi wiedzieć i znać	8
Część 2. Liczby wymierne	27
Liczby naturalne i całkowite	28
Rzymski sposób zapisywania liczb	30
Liczby wymierne	31
Osie liczbowe	40
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	42
Część 3. Potęgi i pierwiastki	45
Potęga o wykładniku naturalnym	46
Pierwiastek kwadratowy i sześcienny	48
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	50
Część 4. Procenty	53
Procenty	54
Promile	56
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	58
Część 5. Wyrażenia algebraiczne	61
Wyrażenia algebraiczne	62
Sumy algebraiczne	64
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	67
Część 6. Równania	71
Równania	72
Metoda równań równoważnych	73
Równania w postaci proporcji	74
Zadania tekstowe	75
Układy równań	76
Metoda podstawiania	77
Metoda przeciwnych współczynników	78
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	80

Część 7. Wykresy funkcji **83**

Układ współrzędnych	84
Funkcje	85
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	89

Część 8. Statystyka opisowa **91**

Przedstawianie danych tabelarycznie, za pomocą diagramów i wykresów	92
Średnia arytmetyczna i mediana zestawu danych	93
Proste doświadczenia losowe oraz prawdopodobieństwo zdarzeń	95
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	97

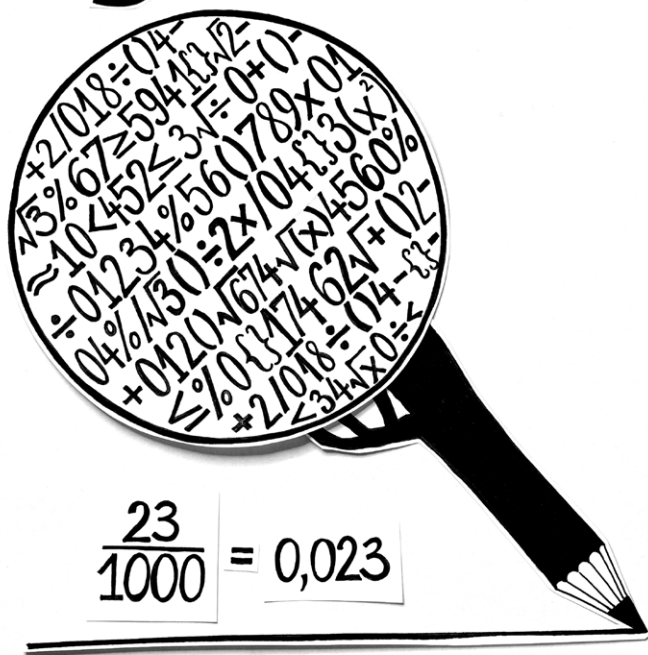
Część 9. Figury płaskie **99**

Podstawowe figury geometryczne	100
Kąty i ich własności	102
Wielokąty	105
Trójkąty	106
Czworokąty	108
Wielokąty foremne	111
Pola figur	112
Własności trójkątów prostokątnych	114
Figury przystające	116
Symetria względem prostej	118
Symetria względem punktu	120
Koło i okrąg	121
Figury podobne	126
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	130

Część 10. Bryły **135**

Graniastosłupy proste	136
Ostrosłupy	140
Walec	144
Stożek	146
Kula	149
Rozwiązywanie zadań krok po kroku	152

Liczby wymiernie



$$\frac{23}{1000} = 0,023$$

RODZAJE LICZB

RODZAJ	PRZYKŁAD
liczby naturalne	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...
ułamki zwykłe – iloraz dwóch liczb całkowitych, z których dzielna jest licznikiem, dzielnik mianownikiem, a kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia; mianownik musi być liczbą różną od 0	$\frac{1}{3}$
liczby wymierne – wszystkie liczby, które da się przedstawić w postaci ułamka zwykłego, o liczniku będącym dowolną liczbą całkowitą i mianowniku będącym liczbą całkowitą różną od 0	$-\frac{2}{3}, -\frac{5}{8}, -1, 3,$ $0, \frac{1}{4}, \frac{17}{49}, 6\frac{1}{3}, 9, 18, 15$

Liczby naturalne i całkowite

WŁASNOŚCI LICZB NATURALNYCH

WŁASNOŚĆ	PRZYKŁAD
Liczby naturalne służą m.in. do numerowania i do liczenia przedmiotów.	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...
Do zapisywania liczb naturalnych używamy dziesięciu znaków zwanych cyframi.	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Znaczenie cyfry w liczbie zależy od miejsca (pozycji), na którym się znajduje, dlatego taki sposób zapisu liczb nazywamy systemem pozycyjnym .	Liczby 243 i 342 zawierają te same cyfry, ale nie są równe.
Wśród liczb naturalnych istnieje liczba najmniejsza .	Jest to liczba 0.
Nie istnieje natomiast liczba największa.	–

WŁASNOŚCI LICZB NATURALNYCH

WŁASNOŚĆ

PRZYKŁAD

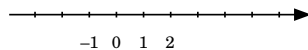
Liczby ujemne są mniejsze od 0.

- Liczby ujemne potrzebne są m. in. do odczytywania temperatury w zimie albo wielkości zadłużenia.

$-1, -2, -3, -4, \dots$

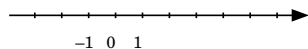
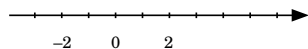
Liczby możemy przedstawiać na **osi liczbowej**, czyli prostej, na której ustalono zwrot, obrano punkt zerowy i ustalono jednostkę odległości.

- Liczby odpowiadające zaznaczonym punktom na osi liczbowej nazywamy ich **współrzednymi**.



Liczby -1 i 1 , -2 i 2 , -3 i $3 \dots$ to **pary liczb przeciwnych**.

- Parom liczb przeciwnych odpowiadają punkty leżące na osi liczbowej po przeciwnych stronach punktu zerowego i w tej samej odległości od niego.



Podzbiorem liczb całkowitych są **liczby naturalne**. Liczby naturalne i liczby do nich przeciwne to **liczby całkowite**.

$0, 1, 2, 3 \dots$
oraz $-1, -2, -3 \dots$

Każda liczba dodatnia jest zawsze większa od każdej liczby ujemnej.

- Liczba 0 jest większa od każdej liczby ujemnej.
- Z dwóch liczb ujemnych większa jest ta liczba, która odpowiada punktowi leżącemu bliżej 0 na osi liczbowej.

$3 > -1$
 $0 > -2$
 $-1 > -4$

Rzymski sposób zapisywania liczb

WŁASNOŚCI RZYMSKIEGO SPOSOBU ZAPISYWANIA LICZB

Wygodny przy zapisie liczb naturalnych.

Nie można w nim zapisywać ułamków oraz wykonywać pisemnych działań matematycznych.

Używany jest do: numeracji wieków, tomów, ksiąg, rozdziałów, imion panujących władców, do zapisywania numerów szkół (np. liceów ogólnokształcących).

Do zapisu liczb w systemie rzymskim używa się siedmiu cyfr: I, V, X, L, C, D, M.

Jeżeli znak oznaczający mniejszą liczbę stoi po prawej stronie znaku oznaczającego większą liczbę, to przy odczytywaniu stosujemy dodawanie, a jeśli po lewej stronie, to odejmowanie.

Obok siebie zapisujemy co najwyżej trzy jednakowe znaki.

LICZBY W RÓŻNYCH ZAPISACH

ZAPIS RZYMSKI	ZAPIS ARABSKI
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000
XII	12
CXXXV	135
MDLXXIX	1579
MMDCCCL	2850

Liczby wymierne

UŁAMKI ZWYKŁE

RODZAJ	WŁASNOŚĆ	PRZYKŁAD
właściwe	- licznik jest mniejszy od mianownika - są one mniejsze od 1	$\frac{2}{7}$
niewłaściwe	- licznik jest większy od mianownika lub równy mianownikowi - są one większe od 1 lub równe 1	$\frac{12}{5}, \frac{7}{7}$
liczby mieszane	liczba złożona z części całkowitej i ułamka właściwego	$1\frac{1}{5}, 4\frac{7}{8}, 9\frac{1}{2}$

OPERACJE NA UŁAMKACH

OPERACJA	ZASADA	PRZYKŁAD
skracanie	czynność polegająca na podzieleniu jego licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0	$\frac{24}{36} = \frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3}$
rozszerzanie	czynność polegająca na pomnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$
porównanie	zazwyczaj doprowadzamy ułamki do ułamków o równych mianownikach lub równych licznikach	$\frac{4}{51} < \frac{10}{73}$, bo $\frac{20}{255} < \frac{20}{146}$ $\frac{5}{6} > \frac{1}{4}$, bo $\frac{10}{12} > \frac{3}{12}$

DODAWANIE I ODEJMOWANIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

UŁAMKI	CZYNNOŚCI	PRZYKŁAD
o jednakowych mianownikach	należy dodać lub odjąć liczniki, a mianownik pozostawić bez zmian	$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}, \quad \frac{9}{11} - \frac{3}{11} = \frac{6}{11}$
o różnych mianownikach	należy sprowadzić je do wspólnego mianownika, następnie dodać lub odjąć liczniki, a mianownik pozostawić bez zmian	$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

MNOŻENIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

ZASADA	PRZYKŁAD
Aby pomnożyć ułamek przez liczbę całkowitą, należy pomnożyć licznik tego ułamka przez tę liczbę, a mianownik pozostawić bez zmian.	$\frac{4}{5} \cdot 15 = \frac{4 \cdot 15}{5} = 12$
Iloczyn ułamków jest ułamkiem, którego licznik jest iloczynem liczników, a mianownik iloczynem mianowników.	$\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{36} = \frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 36} = \frac{2}{27}$
Gdy czynnik jest liczbą mieszaną, zazwyczaj zamieniamy tę liczbę na ułamek niewłaściwy i wykonujemy mnożenie.	$2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{3} = \frac{5 \cdot 10}{2 \cdot 3} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$
Mnożenie ułamków stosujemy na przykład przy obliczaniu ułamka danej liczby.	$\frac{3}{4}$ liczby 60 = $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$
Gdy iloczyn dwu liczb jest równy 1, to mówimy, że jedna z nich jest odwrotnością drugiej.	odwrotnością liczby 9 jest liczba $\frac{1}{9}$, bo $9 \cdot \frac{1}{9} = 1$
Odwrotnością ułamka $\frac{a}{b}$ jest ułamek $\frac{b}{a}$, gdzie $a \neq 0$ i $b \neq 0$.	odwrotnością liczby $\frac{5}{7}$ jest liczba 1,4

DZIELENIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

ZASADA

Aby podzielić ułamek przez ułamek, mnożymy pierwszy ułamek przez odwrotność drugiego.

Dzielenie ułamków wykorzystujemy na przykład przy wyznaczaniu liczby z danego jej ułamka.

PRZYKŁAD

$$\frac{7}{8} : \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

liczba, której $\frac{4}{5}$ wynosi 12, to:

$$12 : \frac{4}{5} = 15$$

UŁAMKI DZIESIĘTNE

WŁASNOŚĆ

Ułamki zwykłe, które w mianowniku mają 10, 100, 1000, ..., nazywamy ułamiłkami dziesiętnymi.

Możemy je zapisać w postaci dziesiętnej, tzn. bez kreski ułamkowej, z zastosowaniem przecinka oddzielającego część całkowitą od części ułamkowej.

Jeżeli każdy ułamek zwykły traktujemy jako iloraz dwóch liczb całkowitych, to możemy wykonać dzielenie licznika tego ułamka przez jego mianownik. Wynikiem tego dzielenia jest ułamek dziesiętny.

PRZYKŁAD

$$\frac{23}{1000}$$

$$\frac{23}{1000} = 0,023$$

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$

- ◆ Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych wykonujemy tak, jak dodawanie i odejmowanie liczb naturalnych.

DODAWANIE I ODEJMOWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Proste rachunki wykonujemy w pamięci, a bardziej skomplikowane sposobem pisemnym, pamiętając, aby wszystkie przecinki zapisać w jednej kolumnie.

$$1,357 + 24,9 + 0,67$$

			1	3	5	7	
		2	4	9	0	0	
	+		0	6	7	0	
		2	6	9	2	7	

$$10,2 - 3,81$$

		1	0	2	0		
	-		3	8	1		
			6	3	9		

MNOŻENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

ZASADA

Przy mnożeniu ułamka dziesiętnego przez 10, 100, 1000... przesuujemy przecinek w tym ułamku w prawo odpowiednio o jedno, dwa, trzy... miejsca,

Mnożąc ułamki dziesiętne sposobem pisemnym, zapisujemy je tak, jak w mnożeniu liczb naturalnych, nie zwracając uwagi na położenie przecinka, a w iloczynie oddzielamy przecinkiem od prawej strony (od końca) tyle cyfr, ile jest łącznie po przecinkach w obu czynnikach.

PRZYKŁAD

$$3,241 \cdot 100 = 324,1$$

$$15,23 \cdot 3,6$$

			1	5	2	3	
		.			3	6	
			9	1	3	8	
	+	4	5	6	9		
		5	4	8	2	8	

DZIELENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

ZASADA

Przy dzieleniu ułamka dziesiętnego przez 10, 100, 1000... przesuwamy przecinek w tym ułamku w lewo odpowiednio o jedno, dwa, trzy... miejsca.

Dzieląc ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną, postępujemy tak samo, jak przy dzieleniu liczb naturalnych, a przecinek w ilorazie zapisujemy nad przecinkiem dzielnej.

Przy dzieleniu liczby przez ułamek dziesiętny należy przesunąć przecinek w dzielnej i dzielniku o tyle miejsc, aby dzielnik stał się liczbą naturalną, a następnie wykonać to dzielenie.

PRZYKŁAD

$$50,2 : 1000 = 0,0502$$

		9,6		
	3	8,4	:	4
-	3	6		
		2	4	
	-	2	4	
			0	

$$25,6 : 0,25$$

		1	0	2,4			
	2	5	6	0	:	2	5
-	2	5					
		6	0				
		-	5	0			
			1	0	0		
			-	1	0	0	
					0		

- ◆ Ułamki zwykłe o rozwinięciu dziesiętnym skończonym możemy zamieniać na ułamki dziesiętne, rozszerzając lub skracając je tak, aby w mianowniku była liczba 10, 100, 1000.

- ◆ Rozwinięcia dziesiętne nieskończone, w których od pewnego miejsca powtarza się cyfra lub grupa cyfr, nazywamy dziesiętnymi okresowymi. Powtarzającą się cyfrę lub najkrótszą grupę cyfr nazywamy **okresem** i zapisujemy go w nawiasie.
- ◆ Rozwinięć dziesiętnych nieskończonych w praktyce używa się często jako rozwinięć dziesiętnych ograniczonych do jednego lub kilku miejsc po przecinku. Mówimy wtedy o przybliżeniu dziesiętnym z określoną dokładnością, czyli o zaokrągleniu liczby do jednego, dwóch, trzech miejsc po przecinku (czyli do części dziesiątych, setnych, tysięcznych itd.).

PRZYKŁADY ROZWIĘCIA UŁAMKA ZWYKŁEGO

DZIESIĘTNE SKOŃCZONE

$$\frac{3}{8}$$

	0	,	3	7	5
	3	:	8		
-	0				
	3	0			
-	2	4			
	6	0			
-	5	6			
	4	0			
-	4	0			
	0				

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}; \quad \frac{27}{300} = \frac{9}{100}$$

DZIESIĘTNE NIESKOŃCZONE

$$\frac{5}{11}$$

	0	,	4	5	4	5	...
	5	:	1	1			
-	0						
	5	0					
-	4	4					
	6	0					
-	5	5					
	5	0					
-	4	4					
	6	0					
-	5	5					
	5	0					

$$0,24343... = 0,2(43)$$

ZAOKRĄGLANIE LICZB

ZASADA

Jeżeli pierwsza z odrzucanych cyfr rozwinięcia dziesiętnego jest mniejsza od 5, to ostatnią zachowaną cyfrę zostawiamy bez zmian i podajemy przybliżenie liczby z niedomiarem.

Jeżeli pierwsza z odrzucanych cyfr rozwinięcia dziesiętnego jest większa lub równa 5, to ostatnią zachowaną cyfrę powiększamy o 1 i podajemy przybliżenie liczby z nadmiarem.

PRZYKŁAD

$$23,1483517 \approx 23,148$$

$$23,1483517 \approx 23,15$$

WŁASNOŚCI DZIAŁAŃ ARYTMETYCZNYCH

WŁASNOŚĆ

WZÓR

przemienność dodawania

$$a + b = b + a$$

łączność dodawania

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

przemienność mnożenia

$$a \cdot b = b \cdot a$$

łączność mnożenia

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

rozdzielność mnożenia względem dodawania

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

WŁASNOŚCI DZIAŁAŃ ARYTMETYCZNYCH – ZAPAMIĘTAJ!

ZASADA

WZÓR

dodając 0, nie zmieniamy wartości wyrażenia

$$a + 0 = a$$

mnożąc przez 1, nie zmieniamy wartości wyrażenia

$$a \cdot 1 = a$$

gdy jednym z czynników iloczynu jest 0, to iloczyn wynosi 0

$$a \cdot 0 = 0$$

WŁASNOŚCI DZIAŁAŃ

WŁASNOŚĆ	PRZYKŁAD
suma dwóch liczb dodatnich jest liczbą dodatnią	$3 + 5 = 8$
suma dwóch liczb ujemnych jest liczbą ujemną	$(-3) + (-5) = -8$
iloczyn dwóch liczb o różnych znakach jest liczbą ujemną	$(-4) \cdot 5 = -20$ $4 \cdot (-5) = -20$
iloczyn dwóch liczb o jednakowych znakach jest liczbą dodatnią	$4 \cdot 5 = 20$ $(-4) \cdot (-5) = 20$
iloraz dwóch liczb o różnych znakach jest liczbą ujemną	$48 : (-6) = -8$ $(-48) : 6 = -8$
iloraz dwóch liczb o jednakowych znakach jest liczbą dodatnią	$48 : 6 = 8$ $(-48) : (-6) = 8$

KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ ARYTMETYCZNYCH
– PRZYKŁADY

Jeżeli w wyrażeniu występuje tylko dodawanie i odejmowanie albo tylko mnożenie i dzielenie, to wykonujemy je w kolejności od lewej do prawej.

$$24 - 8 + 2 + 3 - 11 = 16 + 2 + 3 - 11 = 18 + 3 - 11 = 21 - 11 = 10$$

$$3 \cdot 8 : 2 : 4 \cdot 7 = 24 : 2 : 4 \cdot 7 = 12 : 4 \cdot 7 = 3 \cdot 7 = 21$$

Gdy w wyrażeniu występuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie lub dzielenie, to najpierw wykonujemy mnożenie i dzielenie, a potem dodawanie i odejmowanie.

$$32 + 36 : 9 - 5 \cdot 4 = 16$$

W wyrażeniach zawierających nawiasy najpierw wykonujemy działania w tych nawiasach, które nie zawierają innych nawiasów.

$$\frac{2}{5} \cdot (6 - 20 : (4 + 1)) = \frac{2}{5} \cdot (6 - 20 : 5) = \frac{2}{5} \cdot (6 - 4) = \frac{2}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5}$$

KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ ARYTMETYCZNYCH – PRZYKŁADY

Zastępując znak dzielenia kreską ułamkową, traktujemy wyrażenia w liczniku i mianowniku tak, jakby były ujęte w nawiasy.

$$\frac{15 : (-3) + 7}{-2} = \frac{-5 + 7}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

Wykonując obliczenia, w których występują ułamki zwykłe i dziesiętne, możemy ułamki dziesiętne zamieniać na ułamki zwykłe lub – o ile to możliwe – zamieniać ułamki zwykłe na dziesiętne, a następnie wykonywać działania zgodnie z kolejnością.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} - (0,6 \cdot \frac{5}{6} - 1,4) : (-2,7) &= \frac{2}{3} - (\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{6} - 1,4) : (-2,7) = \\ &= \frac{2}{3} - (0,5 - 1,4) : (-2,7) = \frac{2}{3} - (-0,9) : (-2,7) = \frac{2}{3} - (-\frac{9}{10}) : (-\frac{27}{10}) = \\ &= \frac{2}{3} - (-\frac{9}{10}) \cdot (-\frac{10}{27}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ NA LICZBACH DODATNICH I UJEMNYCH – PRZYKŁADY

1. wykonujemy działania w nawiasach
2. mnożymy i dzielimy
3. dodajemy i odejmujemy

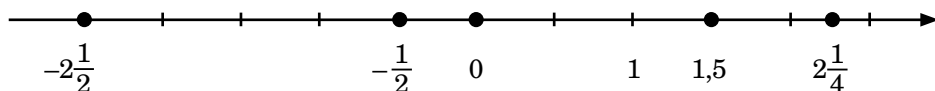
$$\begin{aligned} -(-5) + (-23) + 6 \cdot 1,5 - 4 : (-1) - (-6,5) \cdot (-2) + 7 &= \\ = 5 - 23 + 9 + 4 - 13 + 7 &= 25 - 36 = -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-\frac{1}{2}) \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot (-12) - \left[-1 - 5 : (-\frac{2}{5}) \right] : (-\frac{2}{3}) + 4 - 9 : (-3) &= \\ = -3 - 4 - (-1 + 2) \cdot (-\frac{3}{2}) + 4 + 3 &= -3 - 4 + 1,5 + 4 + 3 = 1,5 \end{aligned}$$

◆ Należy pamiętać o opuszczaniu niepotrzebnych nawiasów.

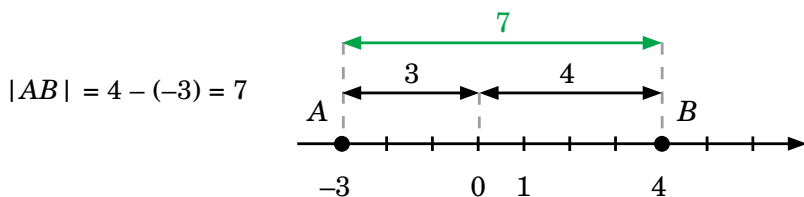
Osie liczbowe

- ♦ Porównując liczby, często wykorzystujemy położenie na osi liczbowej punktów o odpowiadających im współrzędnych.



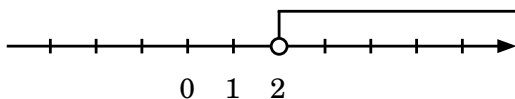
OSIE LICZBOWE – PRZYKŁADY

Odległość pomiędzy dwoma punktami leżącymi na osi liczbowej możemy obliczać, odejmując ich współrzędne.

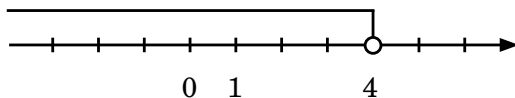


Na osi liczbowej możemy zaznaczać liczby oraz zbiory liczb. Jeżeli chcemy wśród liczb podać te, które są np. większe od 4, to nie możemy wymienić ich wszystkich, bo jest ich nieskończenie wiele. Zbiór ten zaznaczamy na osi liczbowej.

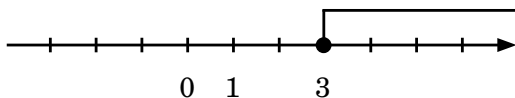
$$x > 2$$



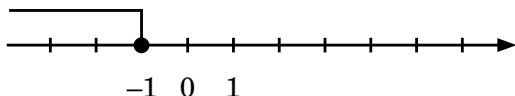
$$x < 4$$



$$x \geq 3$$



$$x \leq -1$$



ZAPAMIĘTAJ

Liczbami naturalnymi są liczby: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...

Liczbami całkowitymi są liczby: ...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...

Liczby -1 i 1, 2 i -2, 3 i -3 to pary liczb przeciwnych.

Do zapisu liczb w systemie rzymskim używa się siedmiu cyfr:

I, V, X, L, C, D, M.

Poszczególne cyfry oznaczają:

I – 1, V – 5, X – 10, L – 50, C – 100, D – 500, M – 1000.

Skracaniem ułamka nazywamy czynność polegającą na podzieleniu jego licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0, np. $\frac{24}{36} = \frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3}$.

Rozszerzanie ułamka to czynność polegająca na pomnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0, np. $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$.

Iloczyn ułamków jest ułamkiem, którego licznik jest iloczynem liczników, a mianownik iloczynem mianowników.

Aby podzielić ułamek przez ułamek, mnożymy pierwszy ułamek przez odwrotność drugiego.

Każdą liczbę, którą da się przedstawić w postaci ułamka zwykłego, o liczniku będącym dowolną liczbą całkowitą i mianowniku będącym liczbą całkowitą różną od 0, nazywamy liczbą wymierną.

Najpierw wykonujemy działania w nawiasach, następnie mnożymy i dzielimy, a na końcu dodajemy i odejmujemy.

Rozwiązanie zadań krok po kroku

NAJWIĘKSZY WSPÓLNY DZIELNIK

KROK	OPIS
treść zadania	Przed wyjściem na wycieczkę uczniowie otrzymali paczki składające się z tej samej liczby jabłek i tej samej liczby gruszek. Do sporządzenia paczek zużyto 120 jabłek i 180 gruszek. Zakładając, że owoców nie krojono, oblicz, ile najwięcej paczek można było przygotować.
obliczenia	I sposób: Liczymy NWD (120, 180), rozkładając na czynniki pierwsze obie liczby: $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ Mnożymy powtarzające się liczby pierwsze: $\text{NWD}(120, 180) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ Obliczamy liczbę owoców w paczce: $120 : 60 = 2$ $180 : 60 = 3$ II sposób: Zakładamy, że w paczce było po jednym jabłku, zatem powinno być 120 paczek, ale 180 gruszek nie dzieli się przez 120 bez dzielenia owoców. Zakładamy, że w paczce były po dwa jabłka, zatem $120 : 2 = 60$ paczek. Sprawdzamy, czy 180 gruszek dzieli się przez 60 – tak, bo $180 : 60 = 3$.
odповідź	Przygotowano 60 paczek, w których znalazły się po 3 gruszki i po 2 jabłka.

PODZIELNOŚĆ LICZB

KROK	OPIS
treść zadania	Uzasadnij, że jeśli liczba jest podzielna przez 15 i przez 14, to jest podzielna przez 10.
rozwiązanie	Jeżeli liczba jest podzielna przez 15, to jest podzielna przez 3 i przez 5. Jeżeli liczba jest podzielna przez 14, to jest podzielna przez 2 i przez 7. Jeżeli liczba jest podzielna przez 2, 3, 5 i 7, to jest podzielna przez $5 \cdot 2 = 10$.

PORÓWNYWANIE LICZB

KROK	OPIS
treść zadania	O ile liczba a jest mniejsza od liczby b , jeśli: $a = -3 - (1\frac{1}{7} + 1 : 1\frac{1}{6})$ oraz $b = (0,3 - \frac{1}{4}) \cdot [-4,2 - (-5\frac{3}{5})]$?
obliczenia	Obliczamy liczbę a: $a = -3 - (1\frac{1}{7} + 1 : 1\frac{1}{6}) = -3 - (\frac{8}{7} + 1 \cdot \frac{6}{7}) =$ $= -3 - (\frac{8}{7} + \frac{6}{7}) = -3 - \frac{14}{7} = -3 - 2 = -5$ Obliczamy liczbę b: $b = (0,3 - \frac{1}{4}) \cdot [-4,2 - (-5\frac{3}{5})] = (0,3 - 0,25) \cdot (-4,2 + 5,6) =$ $= 0,05 \cdot 1,4 = 0,07$ Porównujemy: $b - a = 0,07 - (-5) = 0,07 + 5 = 5,07$
odpowiedź	Liczba a jest mniejsza od liczby b o 5,07.