

Wielomiany. Rozwiązanie równań i nierówności wielomianowych.

Zadanie 1 Wyznaczyć współczynniki a, b, c wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, jeżeli wiadomo, że liczby $-1, 1, 3$ są jego pierwiastkami.

Zadanie 2. Dany jest wielomian $W(x) = (x^5 - 3x^2 + 4)^3 * (x^7 + 3x^4 - 7x + 2)^{2008}$. Sprawdzić, czy liczba $x_0 = -1$ jest pierwiastkiem tego wielomianu oraz obliczyć sumę współczynników wielomianu $W(x)$.

Zadanie 3. Wyznaczyć $3W(x) - W(x) * (2Q(x) - 6)$ jeżeli $W(x) = 2x - 1$ oraz $Q(x) = x^3 - 2x^2 + 3$.

Zadanie 4. Obliczyć iloczyn wielomianów:

1) $(3x^3 + 2x^2 + x - 1) * (5x^3 - 3x^2 + 2x + 3) =$

2) $(x^2 + x\sqrt{2} + 1) * (x^2 - x\sqrt{2} + 1) =$

3) $(x^2 + 1) * (x^2 + x\sqrt{3} + 1) * (x^2 - x\sqrt{3} + 1) =$

4) $(x^6 - x^4 + 1) * (x^2 - x + 1) * (x^2 + x + 1) =$

Zadanie 5. Obliczyć dzielenie wielomianów:

1) $(x^3 + x - 2) : (x - 1) =$

2) $(x^5 + x + 2) : (x + 1) =$

3) $(x^3 + 2x^2 - 3x - 10) : (x - 2) =$

4) $(x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 13x - 15) : (x^2 + x + 1) =$

Zadanie 6. Obliczyć resztę z dzielenia wielomianów:

1) $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x - 3) =$

2) $(3x^4 + x^2 + 1) : (x + 2) =$

3) $(x^3 - 5x^2 + 8x - 2) : (x - 3) =$

4) $(3x^3 - 2x^2 - 3x + 2) : (3x - 2) =$

Zadanie 7. Dla jakiej wartości parametru a wielomian $W(x) = 2ax^3 - 4x^2 + ax - 2a$ jest podzielny przez $x - 2$.

Zadanie 8. Dla jakich liczb a i b wielomian $x^2 - bx + 1$ jest dzielnikiem wielomianu $x^3 - x^2 + bx + a$.

Zadanie 9. Rozłożyć na czynniki co najwyżej drugiego stopnia wielomian $W(x) = x^5 - 2x^4 - x + 2$.

Zadanie 10. Równanie $x^4 + x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$ ma pierwiastki $x_1 = -1$ i $x_2 = 2$.

Zadanie 11. Nie wykonując dzielenia, znaleźć resztę z dzielenia wielomianów:

1) $3x^2 - 4x^2 + x - 7$ przez $x - 1$

2) $2x^4 - x^3 + 3x^2 - x - 1$ przez $x + 1$

3) $5x^3 + 8x^2 - 3x + 4$ przez $x + 2$

4) $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$ przez $3x - 2$

5) $x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ przez $x - 5$

Zadanie 12. Rozwiązać równania:

1) $x^3 - 7x - 6 = 0$

2) $x^4 - 1 = 0$

3) $x^8 - 16 = 0$

4) $x^3 + |x| = 0$

5) $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$

6) $x^4 - 2x^3 + 2x - 1 = 0$

7) $2x^6 + x^4 + 3x^2 + 1 = 0$

8) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 3 = 0$

9) $(x^2 + x)^2 - 1 = 0$

Zadanie 13. Rozwiązać nierówności:

1) $x^4 + x^3 - x - 1 \leq 0$

2) $2x^3 + 2x^2 - 3x - 3 > 0$

3) $x(x+2)^5(x-1)^4(x-3)^7 \geq 0$

4) $x^3 - 3x - 2 > 0$

Zadanie 14. Obliczyć najmniejszą wartość wielomianu $W(x) = (x-1)(x-3)(x-7)(x-9) + 40$ i określić, dla jakich wartości argumentu x jest ona osiągana.