

PRZEWODNIK
do ćwiczeń z logiki
dla studentów prawa i administracji

Andrzej Grabowski

PRZEWODNIK
do ćwiczeń z logiki
dla studentów prawa i administracji

Kraków 2004

© Copyright A. Grabowski, Kraków 2004

wydanie IV, poprawione

ISBN 83-7188-779-5



KSIĘGARNIA AKADEMICKA

ul. św. Anny 6, 31-008 Kraków
tel./ faks 43-127-43, 422-10-33 w. 11-67
akademicka@akademicka.pl
www.akademicka.pl

Przedmowa

Skrypt przedstawia sposoby rozwiązywania zadań wchodzących w zakres tematyki ćwiczeń z przedmiotu „logika” dla studentów studiów stacjonarnych i zaocznych na Wydziale Prawa i Administracji Uniwersytetu Jagiellońskiego (na kierunku prawo oraz na kierunku administracja). Podane sposoby spełniają wymogi stawiane rozwiązaniom zadań egzaminacyjnych z tego przedmiotu. Integralnymi częściami skryptu są zamieszczone na końcu poszczególnych rozdziałów zadania do samodzielnego rozwiązania oraz aneks zawierający przykładowe zestawy zadań egzaminacyjnych.

Należy podkreślić, że błędem byłoby przyjęcie, iż nawet wnikliwa lektura skryptu może zastąpić udział w ćwiczeniach, czy też zapewnić opanowanie materiału w sposób wystarczający dla potrzeb egzaminacyjnych. Wyłącznym zamiarem autora skryptu było bowiem jedynie przedstawienie i skomentowanie, w możliwie zupełny sposób, sposobów rozwiązywania poszczególnych typów zadań. Dlatego też Czytelnik nie znajdzie w nim wyjaśnień, dlaczego zadania powinno się rozwiązywać w taki, a nie inny sposób. Ponadto należy zaznaczyć, że także ilość wiadomości natury teoretycznej została ograniczona do niezbędnego minimum. Zatem za wskazane i zgodne z intencjami autora należy uznać potraktowanie tego przewodnika jako lektury pomocniczej do ćwiczeń.

Podobną rolę ma spełniać podana w zakończeniach poszczególnych rozdziałów zalecana literatura. Należy wyjaśnić, że w przypadku odesłań do podstawowych podręczników, którymi są „Elementy logiki” W. Woltera i M. Lipczyńskiej oraz „Logika praktyczna” Z. Ziemińskiego, podane zostały jedynie numery oraz tytuły odpowiednich rozdziałów, z uwagi na fakt, że obydwa podręczniki miały wiele wydań, zatem podawanie stron mogłoby jedynie wprowadzać w błąd.

Kraków, lipiec 2004

A. G.

Wykaz wykorzystanych symboli:

$\sim$	–	negacja
$\wedge$	–	koniunkcja
$\vee$	–	alternatywa (zwykła)
$\perp$	–	alternatywa rozłączna
$/$	–	dysjunkcja
$\downarrow$	–	binegacja
$\rightarrow$	–	implikacja
$\equiv$	–	równoważność
1	–	prawda
0	–	falsz
$p, q, r, s, \dots$	–	zmienne zdaniowe
a, e, i, o	–	rodzaje zdań kategorycznych
$S, P, M, \dots$	–	zmienne nazwowe
$S', P', \dots$	–	negacja przynazwowa

I. Definiowanie funktorów prawdziwościowych

A. Treść zadań

Zdefiniowanie dowolnego funktora dwuargumentowego przy pomocy:

1. alternatywy i negacji,
2. koniunkcji i negacji,
3. implikacji i negacji,
4. dysjunkcji,
5. binegacji.

B. Sposób rozwiązywania zadań

Rozwiązywanie zadań polega na dokonaniu następujących czynności:

1. zidentyfikowanie typu zadania (por. poniższy Komentarz) oraz sporządzenie odpowiedniej tabelki zawierającej następujące rubryki:
 - A) podające wartości zmiennych p i q , funktora definiowanego i funktora, za pomocą którego mamy dokonać definicji,
 - B) odpowiadające wyrażeniom występującym w podanych niżej ogólnych wzorach odpowiedzi. Jeżeli we wzorze występują wyrażenia zanegowane, w postaci $\sim (? p \Diamond ? q)$, to należy także sporządzić rubryki dla wyrażeń pozbawionych tych negacji, w postaci $(? p \Diamond ? q)$, gdzie:
 - symbol $\Diamond$ zastępujemy przez symbol funktora, za pomocą którego definiujemy,
 - natomiast znaki zapytania wskazują miejsca, w których mogą wystąpić funktory negacji.
2. wpisanie odpowiednich wartości logicznych do poszczególnych rubryk,

Wykaz wykorzystanych symboli:

$\sim$	–	negacja
$\wedge$	–	koniunkcja
$\vee$	–	alternatywa (zwykła)
$\perp$	–	alternatywa rozłączna
$/$	–	dysjunkcja
$\downarrow$	–	binegacja
$\rightarrow$	–	implikacja
$\equiv$	–	równoważność
1	–	prawda
0	–	fałsz
$p, q, r, s, \dots$	–	zmienne zdaniowe
a, e, i, o	–	rodzaje zdań kategoriycznych
$S, P, M, \dots$	–	zmienne nazwowe
$S', P', \dots$	–	negacja przynazwowa

I. Definiowanie funktorów prawdziwościowych

A. Treść zadań

Zdefiniowanie dowolnego funktora dwuargumentowego przy pomocy:

1. alternatywy i negacji,
2. koniunkcji i negacji,
3. implikacji i negacji,
4. dysjunkcji,
5. binegacji.

B. Sposób rozwiązywania zadań

Rozwiązywanie zadań polega na dokonaniu następujących czynności:

1. zidentyfikowanie typu zadania (por. poniższy Komentarz) oraz sporządzenie odpowiedniej tabelki zawierającej następujące rubryki:
 - A) podające wartości zmiennych p i q , funktora definiowanego i funktora, za pomocą którego mamy dokonać definicji,
 - B) odpowiadające wyrażeniom występującym w podanych niżej ogólnych wzorach odpowiedzi. Jeżeli we wzorze występują wyrażenia zanegowane, w postaci $\sim (? p \diamond ? q)$, to należy także sporządzić rubryki dla wyrażen pozbawionych tych negacji, w postaci $(? p \diamond ? q)$, gdzie:
 - symbol $\diamond$ zastępujemy przez symbol funktora, za pomocą którego definiujemy,
 - natomiast znaki zapytania wskazują miejsca, w których mogą wystąpić funktory negacji.
2. wpisanie odpowiednich wartości logicznych do poszczególnych rubryk,

- ustalenie właściwych postaci wyrażeń występujących w rubrykach B, przez odpowiednie zastąpienie występujących tam znaków zapytania odpowiednimi wartościami funkcyjnymi, którego pomocą chcemy dokonać definicji (czyli alternatywy zwykłej), oraz pierwotnie wartości funkcyjnych, który definiujemy (czyli implikacji), pod nagłówkiem według podanego wyżej wzoru odpowiedzi, w którym uwzględniamy fakt, że chcemy dokonać definicji za pomocą alternatywy. Tak więc zastępujemy w nim symbol $\Diamond$ poprzez symbol alternatywy zwykłej ($\vee$).

Uwaga: W przypadkach definiowania za pomocą dysjunkcji lub binegacji podane niżej wzory odpowiedzi nie mają charakteru ostatecznego. W przypadku tych zadań należy dodatkowo wyeliminować wszystkie funkcje negacji występujące w uzyskanych odpowiedziach, posługując się poniższymi wzorami:

- dla dysjunkcji: $\sim \alpha \equiv (\alpha / \alpha)$
- dla binegacji: $\sim \alpha \equiv (\alpha \downarrow \alpha)$,

gdzie w miejsce zmiennej α możemy podstawić zarówno pojedyncze zmienne zdaniowe, jak i całe wyrażenia, co pokazują poniższe przykłady:

- wyrażenia typu „ $\sim p$ ” zastępujemy przez „ (p / p) ” lub „ $(p \downarrow p)$ ”
- wyrażenia typu „ $\sim (p / q)$ ” zastępujemy przez „ $((p / q) / (p / q))$ ”
- wyrażenia typu „ $\sim (p \downarrow q)$ ” zastępujemy przez „ $((p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q))$ ”

C. Komentarz

(I.A) Rozpocznijmy od podania sposobu rozwiązywania zadań polegających na zdefiniowaniu funkcyjnego dwuargumentowego o układzie wartości logicznych 3:1 (funktor taki ma w tabelce go definiującej trzykrotnie wartość logiczną prawdziwą i raz wartość logiczną fałszu, tak jak np. alternatywa zwykła, implikacja czy dysjunkcja) za pomocą negacji oraz funkcyjnego dwuargumentowego o takim samym układzie wartości logicznych (3:1). W przypadku tego typu zadań rozwiązanie polega na odpowiednim zanegowaniu zmiennej zdaniowej p , zmiennej zdaniowej q lub obu zmiennych jednocześnie, odpowiedź zaś można przedstawić za pomocą ogólnego wzoru:

$$(p \Delta q) \equiv (? p \Diamond ? q)$$

Stosując ten wzór symbol Δ zastępujemy przez symbol funkcyjnego, który zamierzamy zdefiniować.

Przykładowo zdefiniujemy implikację za pomocą alternatywy i negacji. W tym celu sporządzamy tabelkę, w której poszczególne rubryki stanowią: wartości logiczne zmiennej zdaniowej p i q , wartości funkcyjnego prawdziwościowego, który zdefiniujemy (czyli implikacji), wartości funkcyjnego prawdziwościowego za pomocą koniunkcji, zastępując symbol $\Diamond$ symbolem koniunkcji ($\wedge$).

p	q	$(p \rightarrow q)$	$(p \vee q)$	$(? p \vee ? q)$
1	1	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	0	1	0	1

Jak widać, dla uzyskania prawidłowego rozwiązania musimy tak zastosować funkcyjnego negacji w stosunku do zmiennych zdaniowych p i q , aby przedstawić ostatniej rubryce alternatywa miała taki sam układ wartości logicznych jak implikacja. Trzeba więc tak zastosować funkcyjnego negacji, aby dla $p = 1$ i $q = 0$ (co czytamy z trzeciego wiersza tabelki, w rubrykach zawierających wartości logiczne zmiennej p i q) alternatywa miała wartość logiczną 0. Z rubryki czwartej odczytujemy, że alternatywa jest fałszywa zawsze i tylko wtedy, gdy jej obydwa argumenty mają wartość logiczną 0. Zatem dla rozwiązania zadania musimy zanegować zmienną p , tylko wtedy bowiem alternatywa dla $p = 1$ i $q = 0$ dała wartość logiczną 0. W efekcie otrzymujemy następujące rozwiązanie:

$$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

(I.B) W analogiczny sposób rozwiązuje się zadania polegające na zdefiniowaniu funkcyjnego dwuargumentowego o układzie wartości logicznych 1:3 (tj. po trzykrotnie wartość logiczną 0 i raz wartość logiczną 1, tak jak np. koniunkcja czy binegacja) za pomocą funkcyjnego dwuargumentowego o takim samym układzie wartości logicznych (1:3). Odpowiedź ma taki sam wzór jak poprzednio:

$$(p \Delta q) \equiv (? p \Diamond ? q)$$

Dla przykładu zdefiniujemy binegację za pomocą koniunkcji i negacji. W tym celu sporządzamy tabelkę, w której poszczególne rubryki stanowią: wartości logiczne zmiennej zdaniowej p i q , wartości funkcyjnego prawdziwościowego, który zdefiniujemy (czyli binegacji), wartości funkcyjnego prawdziwościowego za pomocą koniunkcji, zastępując symbol $\Diamond$ symbolem koniunkcji ($\wedge$).

p	q	$(p \downarrow q)$	$(p \wedge q)$	$(? p \wedge ? q)$
1	1	0	1	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
0	0	1	0	1

Rozwiązując to zadanie musimy więc znaleźć taką koniunkcję $(? p \wedge ? q)$, której tabelka będzie tożsama z tabelką binegacji. W tym celu stosujemy funktor negacji w ten sposób, aby (co odczytujemy z wiersza czwartego tabelki) koniunkcja dla $p = 0$ i $q = 0$ dała nam wartość logiczną 1. Z rubryki czwartej odczytujemy, że koniunkcja jest prawdziwa zawsze i tylko wtedy, gdy jej obydwa argumenty mają wartość logiczną 1. Zatem dla rozwiązania zadania trzeba zanegować zarówno zmienną p , jak i zmienną q , tylko wtedy bowiem koniunkcja dla $p = 0$ i $q = 0$ daje wartość logiczną 1. Otrzymana w ten sposób odpowiedź ma postać:

$$(p \downarrow q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$$

(II.A) Przejdźmy obecnie do zadań nieco trudniejszych, polegających na zdefiniowaniu funktora o układzie 3:1 (tzn. mającego w swej tabelce trzykrotnie wartość 1 i raz wartość 0) za pomocą funktora o układzie 1:3 (tzn. mającego w swej tabelce trzykrotnie wartość 0 i raz wartość 1) i funktora negacji. Formuła odpowiedzi przedstawia się tutaj następująco:

$$(p \Delta q) \equiv \sim (? p \Diamond ? q)$$

Stosownie do powyższego wzoru rozwiązanie tego typu zadań polega na odpowiednim zanegowaniu zmiennej p , zmiennej q lub obu zmiennych jednocześnie oraz (zawsze) na zanegowaniu całego uzyskanego w ten sposób wyrażenia.

Sposób rozwiązania przedstawimy na przykładzie zadania polegającego na zdefiniowaniu implikacji za pomocą koniunkcji i negacji. W sporządzonej w tym celu tabelce kolejne rubryki stanowią: wartości zmiennych p i q , wartości implikacji (funktor definiowanego), wartości koniunkcji (funktor, za pomocą którego dokonamy definicji), ponownie wartości implikacji, tym razem pod nagłówkiem wg podanego wzoru (w którym uwzględnimy fakt, że definiujemy za pomocą koniunkcji, zastępując symbol $\Diamond$ symbolem koniunkcji $\wedge$) oraz wartości będące negacją odpowiednich wartości poprzedniej rubryki – pod nagłówkiem $(? p \wedge ? q)$. Zanim wyjaśnimy, po co tworzy się tę ostatnią rubrykę, popatrzmy na tak skonstruowaną tabelkę:

p	q	$(p \rightarrow q)$	$(p \wedge q)$	$\sim (? p \wedge ? q)$	$(? p \wedge ? q)$
1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0

Jak widać, ostatnia rubryka pozwala sprowadzić rozwiązanie tego zadania do rozwiązania zadania typu (I.B), wystarczy bowiem obecnie znaleźć koniunkcję $(? p \wedge ? q)$, w której wartość logiczna 1 występuje dla $p = 1$ i $q = 0$ (co odczytujemy z wiersza trzeciego rubryk zawierających wartości p i q), a następnie podstawić uzyskane wyrażenie do podanego wzoru. Ponieważ koniunkcja jest prawdziwa zawsze i tylko wtedy, gdy jej obydwa argumenty są prawdziwe, poszukiwana przez nas koniunkcja ma postać $(p \wedge \sim q)$ /rubryka nr 6/, zaś po podstawieniu do wzoru /rubryka nr 5/ otrzymujemy następujące rozwiązanie zadania:

$$(p \rightarrow q) \equiv \sim (p \wedge \sim q)$$

Podsumowując, rozwiązywanie zadań typu (II.A) polega na dokonaniu trzech czynności:

1. skonstruowaniu tabelki, w której kolejne rubryki stanowią wartości: zmiennych p i q , funktora definiowanego, funktora służącego do zdefiniowania, ponownie funktora definiowanego – tym razem pod nagłówkiem $\sim (? p \Diamond ? q)$, w którym zastępujemy symbol $\Diamond$ przez symbol funktora, za pomocą którego dokonujemy definicji, oraz wartości będące negacją wartości logicznych z poprzedniej rubryki – pod nagłówkiem $(? p \Diamond ? q)$, w którym także zastępujemy symbol $\Diamond$ przez symbol funktora, za pomocą którego dokonujemy definicji;
2. ustaleniu rzeczywistego występowania funktora negacji w wyrażeniu $(? p \Diamond ? q)$, będącym nagłówkiem ostatniej rubryki (co sprowadza się do rozwiązania zadania typu I. B);
3. sformułowania odpowiedzi poprzez podstawienie uzyskanego wyrażenia $(? p \Diamond ? q)$ do ogólnego wzoru odpowiedzi $(p \Delta q) \equiv \sim (? p \Diamond ? q)$.

(II.B) Analogicznie rozwiązujemy zadania polegające na zdefiniowaniu funktora o układzie wartości logicznych 1:3 (mającego w tabelce jedną 1 i trzy 0) za pomocą funktora o układzie 3:1 i funktora negacji. Ogólny wzór odpowiedzi oraz sposób rozwiązania tych zadań jest taki sam, jak w zadaniach typu II.A, z tą różnicą, że ustalenie rzeczywistego występowania funktora negacji w wyrażeniu $(? p \Diamond ? q)$ sprowadza się tu do rozwiązania zadania typu I.A a nie I.B.

Dla przykładu zdefiniujemy teraz koniunkcję za pomocą implikacji i negacji. Rozpoczynamy od skonstruowania tabelki z następującymi rubrykami:

1. zawierającą wartości logiczne zmiennej p ,
2. zawierającą wartości logiczne zmiennej q ,
3. zawierającą wartości logiczne koniunkcji (funktoru definiowanego),
4. zawierającą wartości logiczne implikacji (funktoru, za pomocą którego zamierzamy dokonać definicji),
5. zawierającą wartości logiczne koniunkcji, pod nagłówkiem $\sim (? p \rightarrow ? q)$,
6. zawierającą zanegowane odpowiednio wartości logiczne z poprzedniej rubryki /nr 5/, pod nagłówkiem $(? p \rightarrow ? q)$.

Tabela ta wygląda następująco:

p	q	$(p \wedge q)$	$(p \rightarrow q)$	$\sim (? p \rightarrow ? q)$	$(? p \rightarrow ? q)$
1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1

Obecnie należy ustalić, gdzie należy wstawić funktor negacji, tak aby implikacja $(? p \rightarrow ? q)$ miała wartości logiczne występujące w ostatniej rubryce tabelki. Tak więc chcemy znaleźć implikację, która będzie fałszywa dla $p = 1$ i $q = 1$. Z tabelki implikacji odczytujemy, że implikacja jest fałszywa zawsze i tylko wtedy, gdy jej poprzednik ma wartość 1, a następnik ma wartość 0. Zatem, aby dla $p = 1$ i $q = 1$ implikacja była fałszywa, musimy zanegować zmienną q . Otrzymujemy więc następujące wyrażenie, rzeczywiście posiadające układ wartości logicznych przedstawiony w ostatniej rubryce: $(p \rightarrow \sim q)$. Po podstawieniu do wzoru, odpowiedź ma postać:

$$(p \wedge q) \equiv \sim (p \rightarrow \sim q)$$

Przechodzimy do omówienia sposobu rozwiązywania zadań polegających na zdefiniowaniu funktorów o układzie wartości logicznych 2:2 (tzn. posiadających w tabelkach je definiujących dwukrotnie wartość logiczną 1 i dwukrotnie wartość logiczną 0, tak jak np. równoważność czy alternatywa rozłączna). Zadania te, ze względu na sposób rozwiązywania oraz ogólne wzory odpowiedzi, zostaną omówione w trzech grupach:

- (III.A) – definiowanie za pomocą implikacji i negacji,
- (III.B) – definiowanie za pomocą alternatywy i negacji oraz za pomocą koniunkcji i negacji,
- (III.C) – definiowanie za pomocą dysjunkcji oraz binegacji.

(III.A) Wzór odpowiedzi dla zadań polegających na zdefiniowaniu funktora o układzie wartości logicznych 2:2 za pomocą implikacji i negacji przedstawia się następująco:

$$(p \Delta q) \equiv ((? p \rightarrow ? q) \rightarrow \sim (? p \rightarrow ? q))$$

Stosownie do tego wzoru w tabelce konstruowanej w celu rozwiązania zadania należącego do tej grupy, kolejne rubryki stanowią:

1. wartości zmiennej zdaniowej p ,
2. wartości zmiennej zdaniowej q ,
3. wartości funktora definiowanego,
4. wartości implikacji (funktoru, za pomocą którego dokonujemy definicji),
- 5 – 6. wartości wyrażeń $(? p \rightarrow ? q)$ oraz $\sim (? p \rightarrow ? q)$, dobrane w taki sposób, aby implikacja, której poprzednikiem jest pierwsze z tych wyrażeń, a następnikiem drugie, stanowiła definicję funktora definiowanego,
7. wartości stanowiące odpowiednie zanegowanie wartości występujących w rubryce nr 6, umieszczone pod nagłówkiem $(? p \rightarrow ? q)$.

Sposób doboru wartości logicznych dla rubryk nr 5 i 6 przedstawimy na przykładzie rozwiązania zadania polegającego na zdefiniowaniu alternatywy rozłącznej za pomocą implikacji i negacji. Rozwiązanie rozpoczynamy od skonstruowania tabelki:

p	q	$(p \perp q)$	$(p \rightarrow q)$	$(? p \rightarrow ? q)$	$\sim (? p \rightarrow ? q)$	$(? p \rightarrow ? q)$
1	1	0	1			
0	1	1	1			
1	0	1	0			
0	0	0	1			

Przystępujemy do doboru wartości logicznych wyrażeń występujących w rubrykach nr 5 i 6. Przypomnijmy, że chodzi o to, aby implikacja, której poprzednikiem jest pierwsze z nich, a następnikiem drugie, miała wartości logiczne tożsame z wartościami funktora definiowanego, czyli alternatywy rozłącznej. Zauważmy, że cechą charakterystyczną implikacji jest jej fałszywość, zachodząca zawsze i tylko wtedy, gdy poprzednik implikacji ma wartość 1, a następnik wartość 0 (co odczytujemy z rubryki czwartej). W związku z tym dobieramy najpierw wartości logiczne w tych wierszach, w których alternatywa rozłączna ma wartość logiczną 0, wpisując w rubryce nr 5 wartość 1, zaś w rubryce nr 6 wartość 0; co przedstawia poniższa tabelka:

p	q	$(p \perp q)$	$(p \rightarrow q)$	$(?p \rightarrow ?q)$	$\sim(?p \rightarrow ?q)$	$(?p \rightarrow ?q)$
1	1	0	1	1	0	
0	1	1	1			
1	0	1	0			
0	0	0	1	1	0	

Następnym krokiem jest uzupełnienie wartości logicznych w rubrykach nr 5 i 6 w wierszach, w których alternatywa rozłączna ma wartość logiczną 1. Ponieważ potrafimy już definiować za pomocą implikacji i negacji funktory o układzie 3:1 i 1:3, wskazane będzie takie uzupełnienie, które spowoduje, że w rubryce nr 5 znajdują się trzy jedynki i jedno zero, zaś w rubryce nr 6 trzy zera i jedna jedynka. Dokonując takiego uzupełnienia musimy też pamiętać, aby wpisać jednakowe wartości logiczne w poszczególnych wierszach tabelki, w przeciwnym bowiem razie albo nie uzyskamy układu 3:1 w rubryce nr 5 i 1:3 w rubryce nr 6, albo też w którymś z wierszy pojawi się ponownie układ 1 (rubryka nr 5) i 0 (rubryka nr 6), co spowoduje, że dokonana przez nas definicja będzie wadliwa. Zatem, poprawne uzupełnienie polega na tym, że wpisujemy dwukrotnie wartość logiczną 1 w wierszu drugim, a wartość logiczną 0 w wierszu trzecim rubryk nr 5 i 6, albo na odwrót: dwa 0 w wierszu drugim i dwie 1 w wierszu trzecim. Dla ułatwienia w dalszym rozwiązaniu wybieramy tę pierwszą możliwość, co przedstawia poniższa tabelka:

p	q	$(p \perp q)$	$(p \rightarrow q)$	$(?p \rightarrow ?q)$	$\sim(?p \rightarrow ?q)$	$(?p \rightarrow ?q)$
1	1	0	1	1	0	
0	1	1	1	1	1	
1	0	1	0	0	0	
0	0	0	1	1	0	

Następnie ustalamy rzeczywistą postać wyrażeń występujących w rubrykach nr 5 i 6. Jeśli chodzi o pierwszą z nich, to sprawa jest oczywista – porównując tę rubrykę z tabelką implikacji okazuje się bowiem, że dla zdefiniowania tej rubryki nie musimy użyć funktora negacji, jako że mamy tu do czynienia z implikacją $(p \rightarrow q)$. Natomiast w celu zdefiniowania za pomocą implikacji i negacji wyrażenia w rubryce nr 6 stosujemy metodę opisaną w pkt II.B. Najpierw wpisujemy więc odpowiednie wartości do rubryki nr 7, negując poszczególne wartości z rubryki szóstej:

p	q	$(p \perp q)$	$(p \rightarrow q)$	$(?p \rightarrow ?q)$	$\sim(?p \rightarrow ?q)$	$(?p \rightarrow ?q)$
1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	1

Następnie ustalamy, gdzie należy wstawić funktor negacji, tak aby implikacja $(?p \rightarrow ?q)$ miała wartości logiczne występujące w rubryce nr 7. Widzimy, że implikacja ta ma być fałszywa dla $p = 0$ i $q = 1$ (co odczytujemy z wiersza drugiego rubryk podających wartości zmiennych p i q). Zatem poszukiwane wyrażenie musi mieć postać $(\sim p \rightarrow \sim q)$.

Pozostaje wpisać ustalone w trakcie rozwiązania postacie wyrażeń do podanego wzoru, w efekcie czego uzyskujemy następującą odpowiedź:

$$(p \perp q) \equiv ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

(III.B) Ogólne wzory odpowiedzi dla zadań polegających na zdefiniowaniu funktora o układzie 2:2 za pomocą alternatywy i negacji oraz koniunkcji i negacji są bardzo do siebie podobne:

$$(p \Delta q) \equiv (\sim(?p \vee ?q) \vee \sim(?p \vee ?q))$$

$$(p \Delta q) \equiv (\sim(?p \wedge ?q) \wedge \sim(?p \wedge ?q))$$

Tabelki służące rozwiązywaniu zadań należących do tej grupy składają się z następujących rubryk:

1. podającej wartości zmiennej p ,
2. podającej wartości zmiennej q ,
3. podającej wartości funktora definiowanego,
4. podającej wartości funktora definiującego (tj. alternatywy lub koniunkcji),
- 5 – 6. podających wartości wyrażeń $\sim(?p \vee ?q)$ i $\sim(?p \wedge ?q)$ w przypadku definiowania za pomocą alternatywy i negacji oraz $\sim(?p \wedge ?q)$ i $\sim(?p \vee ?q)$ w przypadku definiowania za pomocą koniunkcji i negacji, dobranych w taki sposób, aby alternatywa (ew. koniunkcja) tych wyrażeń stanowiła definicję funktora definiowanego,
- 7 – 8. podających wartości odpowiednio zanegowanych wartości występujących w rubrykach nr 5 i 6, umieszczone pod nagłówkami $(?p \vee ?q)$ i $(?p \wedge ?q)$ w przypadku definiowania za pomocą alternatywy i negacji oraz $(?p \wedge ?q)$ i $(?p \vee ?q)$ w przypadku definiowania za pomocą koniunkcji i negacji.

Sposób doboru wartości w rubrykach nr 5 i 6 przedstawimy na przykładach rozwiązania dwóch zadań, polegających kolejno na zdefiniowaniu równoważności za pomocą alternatywy i negacji oraz koniunkcji i negacji.

Przystępując do rozwiązania zadania pierwszego, sporządzamy tabelkę wg podanego wyżej wzoru:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \vee q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$
1	1	1	1				
0	1	0	1				
1	0	0	1				
0	0	1	0				

Ustalimy teraz wartości logiczne występujące w rubrykach nr 5 i 6. Musimy je tak dobrać, aby alternatywa tych dwóch wyrażeń miała takie same wartości jak funktor definiowany, tj. funktor równoważności. Zauważmy (rubryka 4), że cechą charakterystyczną alternatywy zwykłej jest to, że jest ona fałszywa zawsze i tylko wtedy, gdy jej obydwa argumenty mają wartość logiczną 0. Dlatego też uzupełnianie rozpoczynamy od wpisania wartości 0 w tych wierszach, w których równoważność jest fałszywa, co przedstawia poniższa tabelka:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \vee q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$
1	1	1	1				
0	1	0	1	0	0		
1	0	0	1	0	0		
0	0	1	0				

Następnie uzupełniamy rubryki piątą i szóstą tak, aby uzyskać układ wartości logicznych 1:3, który potrafimy już zdefiniować za pomocą alternatywy i negacji. Ponadto musimy dokonać tego uzupełnienia w ten sposób, aby alternatywa tych dwóch alternatyw miała wartość logiczną 1 zarówno w wierszu pierwszym jak i czwartym, gdyż definiowana równoważność jest w tych wierszach prawdziwa. Z tych dwóch powodów uzupełniamy rubryki piątą i szóstą w sposób, który pokazuje poniższa tabelka:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \vee q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$
1	1	1	1	1	0		
0	1	0	1	0	0		
1	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	1		

Następnie wpisujemy wartości logiczne do dwóch ostatnich rubryk, odpowiednio negując wartości występujące w rubrykach piątej i szóstej:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \vee q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$\sim(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$	$(?p \vee ?q)$
1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0

Pozostaje ustalić zapis tych dwóch alternatyw (czego dokonujemy postępując jak w zadaniach typu I.A). Układ wartości w rubryce siódmej odpowiada wyrażeniu $(\sim p \vee \sim q)$, zaś w rubryce ósmej mamy do czynienia z alternatywą $(p \vee q)$. Podstawiając uzyskane wyrażenia do podanego wzoru otrzymujemy rozwiązanie:

$$(p \equiv q) \equiv (\sim(\sim p \vee \sim q) \vee \sim(p \vee q))$$

Rozwiązanie zadania polegającego na zdefiniowaniu równoważności za pomocą koniunkcji i negacji rozpoczynamy od skonstruowania tabelki:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \wedge q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$
1	1	1	1				
0	1	0	0				
1	0	0	0				
0	0	1	0				

Następnie uzupełniamy rubryki piątą i szóstą. Ponieważ koniunkcja jest prawdziwa zawsze i tylko wtedy, gdy jej obydwa argumenty są prawdziwe, wpisujemy wartość 1 w tych wierszach, w których równoważność (funktor definiowany) jest prawdziwa:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \wedge q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$
1	1	1	1	1	1		
0	1	0	0				
1	0	0	0				
0	0	1	0	1	1		

Następnie, z powodów analogicznych jak przy definiowaniu za pomocą alternatywy i negacji, uzupełniamy te rubryki w ten sposób, aby koniunkcja tych dwóch wyrażeń dawała wartość 0 w wierszach drugim i trzecim oraz aby otrzymać dwa układy 3:1, co pokazuje poniższy zapis:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \wedge q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$
1	1	1	1	1	1		
0	1	0	0	1	0		
1	0	0	0	0	1		
0	0	1	0	1	1		

Kolejną czynnością jest zanegowanie wartości występujących w rubrykach piątej i szóstej, czego dokonujemy poprzez wpisanie odpowiednich wartości w rubryki siódmą i ósmą:

p	q	$(p \equiv q)$	$(p \wedge q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$\sim(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$	$(?p \wedge ?q)$
1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	0

Pozostaje ustalić zapis tych dwóch koniunkcji (jak w zadaniach typu I.B). Rubryka siódma odpowiada wyrażeniu $(p \wedge \sim q)$, natomiast rubryka ósma to $(\sim p \wedge q)$. Podstawiając uzyskane tą drogą wyrażenia do wzoru otrzymujemy odpowiedź:

$$(p \equiv q) \equiv (\sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim(\sim p \wedge q))$$

(III.C) Ogólne wzory odpowiedzi dla zadań polegających na zdefiniowaniu funktora o układzie 2:2 za pomocą dysjunkcji oraz binegacji są następujące:

$$(p \Delta q) \equiv ((?p / ?q) / (?p / ?q))$$

$$(p \Delta q) \equiv ((?p \downarrow ?q) \downarrow (?p \downarrow ?q))$$

W tym miejscu wypada przypomnieć, że rozwiązania uzyskane w oparciu o powyższe wzory nie mają charakteru ostatecznego, należy je bowiem przekształcić wg podanego wcześniej wzoru (por. pkt B.4), zastępując funktory binegacji za pomocą dysjunkcji lub binegacji.

Jako przykłady posłużą nam zadania polegające na zdefiniowaniu alternatywy rozłącznej za pomocą dysjunkcji oraz binegacji.

Przystępując do rozwiązania zadania pierwszego, sporządzamy tabelkę, w której znajdują się następujące rubryki:

1. podająca wartości zmiennej p,
2. podająca wartości zmiennej q,
3. podająca wartości alternatywy rozłącznej (funktora definiowanego),
4. podająca wartości dysjunkcji (funktora, za pomocą którego dokonamy definicji),
- 5 – 6. podające wartości dwóch wyrażeń $(?p / ?q)$, dobrane w ten sposób, aby dysjunkcja tych wyrażeń stanowiła definicję alternatywy rozłącznej. Sposób doboru tych wartości zostanie szczegółowo omówiony poniżej.

Tabela przedstawia się następująco:

p	q	$(p \perp q)$	(p / q)	$(?p / ?q)$	$(?p / ?q)$
1	1	0	0		
0	1	1	1		
1	0	1	1		
0	0	0	1		

Sposób doboru wartości w tabelkach piątej i szóstej podyktowany jest faktem, że dysjunkcja jest fałszywa zawsze i tylko wtedy, gdy jej argumenty są prawdziwe. Dlatego też uzupełniamy najpierw wiersze pierwszy i czwarty (czyli te, w których definiowana alternatywa rozłączna jest fałszywa), wpisując w nie same jedynki, co pokazuje poniższa tabela:

p	q	$(p \perp q)$	(p / q)	$(?p / ?q)$	$(?p / ?q)$
1	1	0	0	1	1
0	1	1	1		
1	0	1	1		
0	0	0	1	1	1

Następnie uzupełniamy te rubryki w taki sposób, aby dysjunkcja zdań o wartościach logicznych wpisanych w wiersze drugi i trzeci miała wartość logiczną 1 oraz aby uzyskać w tych rubrykach układ wartości 3:1, który potrafimy już zdefiniować za pomocą dysjunkcji (por. zadania typu I.A):

p	q	$(p \perp q)$	(p / q)	$(?p / ?q)$	$(?p / ?q)$
1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1

Kolejnym krokiem jest ustalenie zapisów dysjunkcji odpowiadających tym rubrykom. I tak układ wartości w rubryce piątej odpowiada wyrażeniu $(p / \sim q)$, natomiast w rubryce szóstej mamy wyrażenie $(\sim p / q)$. Podstawiając te wyrażenia do wzoru odpowiedzi, otrzymujemy:

$$(p \perp q) \equiv ((p / \sim q) / (\sim p / q))$$

Aby uzyskać końcową odpowiedź, eliminujemy występujące w tym zapisie funktory negacji, korzystając ze wzoru:

$$\sim \alpha \equiv (\alpha / \alpha)$$

Końcowa odpowiedź ma więc postać:

$$(p \perp q) \equiv ((p / (q / q)) / ((p / p) / q))$$

Rozwiązanie zadania polegającego na zdefiniowaniu alternatywy rozłącznej za pomocą binegacji rozpoczynamy od sporządzenia zawierającej analogiczną rubryki tabelki, w której funktor dysjunkcji zastępujemy funktorem binegacji:

p	q	$(p \perp q)$	$(p \downarrow q)$	$(?p \downarrow ?q)$	$(?p \downarrow ?q)$
1	1	0	0		
0	1	1	0		
1	0	1	0		
0	0	0	1		

Następnie uzupełniamy rubryki piątą i szóstą. Ponieważ binegacja jest prawdziwa zawsze i tylko wtedy, gdy jej argumenty są fałszywe, uzupełniamy najpierw wiersze drugi i trzeci (czyli te, w których definiowana alternatywa rozłączna jest prawdziwa), wpisując w nie same zera, co pokazuje tabelka:

p	q	$(p \perp q)$	$(p \downarrow q)$	$(?p \downarrow ?q)$	$(?p \downarrow ?q)$
1	1	0	0		
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
0	0	0	1		

Potem uzupełniamy te rubryki w taki sposób, aby binegacja zdań posiadających wartości logiczne wpisane w wiersze pierwszy i czwarty była fałszywa oraz aby uzyskać w nich układ wartości logicznych 1:3, który potrafimy już zdefiniować za pomocą binegacji (por. zadania typu I.B):

p	q	$(p \perp q)$	$(p \downarrow q)$	$(?p \downarrow ?q)$	$(?p \downarrow ?q)$
1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1

Przedostatnim krokiem jest ustalenie zapisów binegacji odpowiadających tym rubrykom. Są to (kolejno): $(\sim p \downarrow \sim q)$ oraz $(p \downarrow q)$. Podstawiając te wyrażenia do wzoru odpowiedzi, otrzymujemy zapis:

$$(p \perp q) \equiv ((\sim p \downarrow \sim q) \downarrow (p \downarrow q))$$

Ostatnim krokiem jest wyeliminowanie występujących w tym zapisie funktorów negacji, w oparciu o wzór:

$$\sim \alpha \equiv (\alpha \downarrow \alpha)$$

Ostateczna odpowiedź ma postać:

$$(p \perp q) \equiv (((p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)) \downarrow (p \downarrow q))$$

D. Literatura

W. Wolter, M. Lipczyńska, *ELEMENTY LOGIKI* (wykład dla prawników), rozdz. VIII („Zdania złożone i funkcje zdaniowe”).

Z. Ziemiński, *LOGIKA PRAKTYCZNA*, rozdz. VII („Funktory prawdziwościowe a spójniki międzyzdaniowe mowy potocznej”).

M. Porębska, W. Suchoń, *ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ* dla studentów kierunków humanistycznych (Skrypty uczelniane UJ, nr 613, Kraków 1990), rozdz. II („Klasyczny rachunek zdań”), §3 („Wzajemna definiowalność funktorów w KRZ”), s. 23 – 26.

E. Zadania

1. Zdefiniuj alternatywę za pomocą implikacji i negacji.
2. Zdefiniuj dysjunkcję za pomocą alternatywy i negacji.
3. Zdefiniuj implikację za pomocą dysjunkcji.
4. Zdefiniuj alternatywę za pomocą dysjunkcji.
5. Zdefiniuj koniunkcję za pomocą binegacji.
6. Zdefiniuj alternatywę za pomocą koniunkcji i negacji.
7. Zdefiniuj dysjunkcję za pomocą koniunkcji i negacji.
8. Zdefiniuj implikację za pomocą binegacji.
9. Zdefiniuj alternatywę za pomocą binegacji.
10. Zdefiniuj dysjunkcję za pomocą binegacji.
11. Zdefiniuj koniunkcję za pomocą alternatywy i negacji.
12. Zdefiniuj binegację za pomocą implikacji i negacji.

13. Zdefiniuj binegację za pomocą alternatywy i negacji.
14. Zdefiniuj binegację za pomocą dysjunkcji.
15. Zdefiniuj równoważność za pomocą implikacji i negacji.
16. Zdefiniuj alternatywę rozłączną za pomocą alternatywy i negacji.
17. Zdefiniuj alternatywę rozłączną za pomocą koniunkcji i negacji.
18. Zdefiniuj równoważność za pomocą dysjunkcji.
19. Zdefiniuj równoważność za pomocą binegacji.
- 20*. Zdefiniuj funktor $\otimes$ zdefiniowany przez tabelkę:

p	q	$(p \otimes q)$
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	1

za pomocą:

- a) alternatywy i negacji,
- b) koniunkcji i negacji,
- c) implikacji i negacji,
- d) dysjunkcji,
- e) binegacji.

II. Tautologie rachunku zdań

A. Treść zadań

Sprawdzenie za pomocą metody zerojedynkowej skróconej, czy badane wyrażenie jest tautologią.

B. Sposób rozwiązywania zadań

1. zidentyfikowanie typu zadania (por. poniższy *Komentarz*),
2. założenie, że badane wyrażenie (wyrażenia) mają wartość logiczną 0,
3. przeprowadzenie wnioskowania z przyjętego założenia w celu ustalenia wartości logicznych poszczególnych zmiennych zdaniowych występujących w badanym wyrażeniu,
4. stwierdzenie występowania sprzeczności lub braku sprzeczności w uzyskanym rozwiązaniu,
5. sformułowanie odpowiedzi.

C. Komentarz

Rozpoczniemy od podania kilku wiadomości natury ogólnej.

Tautologią nazywamy takie wyrażenie (formułę, funkcję zdaniową), które ma wartość prawdy (1) przy dowolnym niesprzecznym podstawieniu wartości logicznych w miejsce zmiennych występujących w tym wyrażeniu. Jako przykłady tautologii można potraktować wszelkie prawa logiczne omówione w cytowanych w *Literaturze* podręcznikach.

Metoda zerojedynkowa skrócona pozwala na rozstrzygnięcie, czy badane wyrażenie jest tautologią, w sposób uproszczony w stosunku do sprawdzenia za pomocą metody tabelkowej (matrycowej). Opiera się ona na schemacie dowodzenia nie wprost, zgodnie z którym można wyszczególnić cztery operacje, które się na nią składają:

- I. Zaprzeczenie tezy, która ma być udowodniona (tzn. tezy głoszącej, że badane wyrażenie jest tautologią), poprzez dokonanie założenia, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0.
- II. Dedukcyjne wywnioskowanie konsekwencji wynikających z przyjętego założenia, polegające na ustaleniu wynikających z niego wartości logicznych zmiennych zdaniowych występujących w badanym wyrażeniu.
- III. Stwierdzenie, że przeprowadzone wnioskowanie prowadzi do sprzeczności polegającej (polegających) na tym, że identyczne zmienne zdaniowe lub pojedyncze wyrażenia składające się na wyrażenie badane mają odmienne (sprzeczne) wartości logiczne.
- IV. Wniosek polegający na stwierdzeniu, że badane wyrażenie jest tautologią dokonany z uwagi na fakt, że zaprzeczenie tego stwierdzenia doprowadziło do fałszywych konsekwencji w postaci stwierdzonych w punkcie trzecim sprzeczności.

Oczywiście może się tak zdarzyć, że w trakcie badania wyrażenia metodą zerojedynkową skróconą nie stwierdzimy występowania sprzeczności. W takim wypadku ustalimy tym samym wartości logiczne zmiennych zdaniowych składających się na badane wyrażenie, przy których ma ono wartość logiczną 0. W efekcie trzeba będzie wtedy stwierdzić, że badane wyrażenie nie jest tautologią z uwagi na fakt, że istnieje taki układ wartości logicznych zmiennych zdaniowych w nim występujących, dla którego badane wyrażenie jest fałszywe.

Zanim przejdziemy do skomentowania poszczególnych etapów rozumowania, składających się na rozwiązanie (wyszczególnionych w *Sposobie rozwiązywania zadań*), popatrzmy na przykładowe rozwiązania dwóch zadań: w pierwszym badane wyrażenie okaże się być tautologią, w drugim badane wyrażenie tautologią nie będzie.

Zadanie I. Sprawdź, czy poniższe wyrażenie jest tautologią:

$$(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$$

Rozwiązanie rozpoczynamy od założenia, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0, co pokazuje poniższy zapis:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 0 & & & & & & \end{array}$$

Z tego założenia oraz z tabelki implikacji wnioskujemy, że aby badane wyrażenie, będące implikacją, miało wartość logiczną 0, to poprzednik tej implikacji musi mieć wartość logiczną 1, następnik zaś wartość logiczną 0:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 1 & & 0 & & & & 0 \end{array}$$

Następnie ustalamy wartości logiczne argumentów koniunkcji $(p \wedge \sim q)$, mającej mieć wartość logiczną 1. Z tabelki koniunkcji wiemy, że tak będzie, gdy oba jej argumenty będą miały wartość logiczną 1, co zapisujemy:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 1 & 1 & 1 & & 0 & & 0 \end{array}$$

Korzystając z tabelki negacji, ustalamy wartość zmiennej q:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & & 0 \end{array}$$

Przystępujemy obecnie do ustalenia wartości logicznych argumentów implikacji tworzącej następnik badanego wyrażenia. Z tabelki implikacji odczytujemy, że aby była ona fałszywa, to jej poprzednik $(\sim p)$ musi być prawdziwy, zaś jej następnik (q) musi być fałszywy:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Korzystając z tabelki negacji ustalamy wartość logiczną zmiennej p:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Następnie, biorąc pod uwagę ustalone w trakcie rozwiązania wartości logiczne zmiennych p i q, stwierdzamy, że mamy do czynienia ze sprzecznością w odniesieniu do wartości logicznej zmiennej p:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \wedge \sim q) & \rightarrow & (\sim p \rightarrow q) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Z uwagi na stwierdzoną sprzeczność formułujemy odpowiedź, że badane wyrażenie jest tautologią.

Zadanie II. Sprawdź, czy poniższe wyrażenie jest tautologią:

$$\sim (\sim p \vee q) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q)$$

Rozwiązanie rozpoczynamy od założenia, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0, co pokazuje poniższy zapis:

$$\sim (\sim p \vee q) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \\ 0$$

Z tego założenia oraz z tabelki implikacji wnioskujemy, że aby badane wyrażenie (które jest implikacją) miało wartość logiczną 0, to poprzednik tej implikacji musi mieć wartość logiczną 1, zaś następnik wartość logiczną 0:

$$\begin{array}{ccccccc} \sim & (& \sim & p & \vee & q &) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \\ 1 & & & & & & 0 \quad 0 \end{array}$$

Korzystając z tabelki negacji ustalamy następnie wartości alternatywy i koniunkcji:

$$\begin{array}{ccccccc} \sim & (& \sim & p & \vee & q &) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \\ 1 & & & & 0 & & 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Korzystając z tabelki alternatywy ustalamy wartość wyrażenia $\sim p$ i zmiennej q , będących argumentami alternatywy:

$$\begin{array}{ccccccc} \sim & (& \sim & p & \vee & q &) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \\ 1 & & 0 & & 0 & 0 & 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Korzystając z tabelki koniunkcji ustalamy wartości p i wyrażenia $\sim q$:

$$\begin{array}{ccccccc} \sim & (& \sim & p & \vee & q &) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \\ 1 & & 0 & & 0 & 0 & 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

Rozwiązania kończymy korzystając ponownie z tabelki negacji:

$$\begin{array}{ccccccc} \sim & (& \sim & p & \vee & q &) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \\ 1 & & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Z uwagi na stwierdzony brak sprzeczności formułujemy odpowiedź, że badane wyrażenie tautologią nie jest, bo dla $p = 1$ i $q = 0$ wyrażenie to ma wartość logiczną 0.

Przejdźmy do skomentowania poszczególnych czynności składających się na rozwiązanie omawianych zadań, wyszczególnionych w *Sposobie rozwiązywania zadań* (por. wyżej).

Ad. 1. Zidentyfikowanie typu zadania opiera się na stwierdzeniu, co jest funktorem głównym badanego wyrażenia. Stwierdzenie to jest bardzo proste, jako że funktorem głównym to funktor nie występujący w żadnym nawiasie. Jeżeli funktorem głównym jest funktor implikacji, alternatywy lub dysjunkcji (czyli funktor o układzie 3:1), to z założenia, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0, jednoznacznie wnioskujemy o wartościach argumentów implikacji (poprzednik = 1, następnik = 0), alternatywy ($0 - 0$) czy dysjunkcji ($1 - 1$). Sprawa jednak nieco się komplikuje, gdy funktorem głównym jest funktor o innym układzie wartości logicznych, jakim jest np. równoważność (funtor o układzie 2:2). Nie można wtedy bowiem rozwiązać zadania w jednym wariancie, jako że z fałszywości równoważności wynikają dwie wariantowe możliwości (por. tabelkę równoważności): albo że jej pierwszy argument ma wartość logiczną 1, a drugi wartość 0, albo odwrotnie (pierwszy argument = 0, drugi argument = 1). Z tego powodu sprawdzając, czy badane wyrażenie jest tautologią, za pomocą metody zerojedynkowej skróconej, w przypadku gdy badanym wyrażeniem jest równoważność, korzystamy ze wzoru pozwalającego przekształcić ją w dwie implikacje:

$$(\alpha \equiv \beta) \equiv ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha))$$

W związku z tym zadania polegające na sprawdzeniu, czy tautologią jest wyrażenie będące równoważnością, w postaci $(\alpha \equiv \beta)$, rozwiązujemy w ten sposób, że najpierw sprawdzamy, czy jest tautologią implikacja $(\alpha \rightarrow \beta)$, a następnie sprawdzamy, czy jest tautologią implikacja $(\beta \rightarrow \alpha)$. I dopiero w przypadku, gdy obie implikacje okażą się być tautologiami, możemy stwierdzić, że badana równoważność jest tautologią.

Ad. 2. Założenie, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0, nie wymaga komentarza. Dokonujemy tego podpisując wartość logiczną 0 pod głównym funktorem badanego wyrażenia. Należy jedynie przypomnieć, że w przypadku wyrażen będących równoważnością, założenia tego dokonujemy w stosunku do dwóch implikacji: $(\alpha \rightarrow \beta)$ i $(\beta \rightarrow \alpha)$, rozwiązując następnie niejako dwa zadania.

Ad. 3. Wnioskowania, których dokonujemy w trakcie rozwiązywania zadań, opierają się na znajomości tabel (matryc) poszczególnych funktorów. Mamy tu do czynienia z czterema typami wnioskowań:

a) Możemy jednoznacznie (bezwariantowo) ustalić wartość argumentów danego wyrażenia w oparciu o wartość tego wyrażenia i znajomość tabelki funktora, który w nim występuje. Z wnioskowaniem tego typu mamy do czynienia w następujących sytuacjach:

- w przypadku gdy implikacja = 0, wnioskujemy, że jej poprzednik = 1, zaś następnik = 0,
- w przypadku gdy alternatywa = 0, wnioskujemy, że jej argumenty = 0,
- w przypadku gdy dysjunkcja = 0, wnioskujemy, że jej argumenty = 1,
- w przypadku, gdy koniunkcja = 1 wnioskujemy, że jej argumenty = 1,
- w przypadku gdy binegacja = 1, wnioskujemy, że jej argumenty = 0.

b) Możemy jednoznacznie (bezwariantowo) ustalić wartość jednego z argumentów danego wyrażenia w oparciu o wartość tego wyrażenia, wartość drugiego z argumentów oraz znajomość tabelki funktora, który w nim występuje. Z takim sposobem wnioskowania mamy do czynienia w następujących sytuacjach:

- w przypadku gdy implikacja = 1, a jej poprzednik = 1, wnioskujemy, że jej następnik = 1,
- w przypadku gdy implikacja = 1, a jej następnik = 0, wnioskujemy, że jej poprzednik = 0,
- w przypadku gdy alternatywa = 1, a jeden z jej argumentów = 0, wnioskujemy, że jej drugi argument = 1,
- w przypadku gdy dysjunkcja = 1, a jej jeden argument = 1, wnioskujemy, że jej drugi argument = 0,
- w przypadku gdy koniunkcja = 0, a jej jeden argument = 1, wnioskujemy, że jej drugi argument = 0,
- w przypadku gdy binegacja = 0, a jej jeden argument = 0, wnioskujemy, że jej drugi argument = 1,
- w przypadku gdy równoważność = 1, a jej jeden argument = 1 lub = 0, wnioskujemy, że jej drugi argument ma tę samą wartość logiczną (tj. odpowiednio = 1 lub = 0),

- w przypadku gdy równoważność = 0, a jej jeden argument = 1 lub = 0, wnioskujemy, że jej drugi argument ma sprzeczną wartość logiczną (tj. odpowiednio = 0 lub = 1),
- w przypadku gdy alternatywa rozłączna = 1, a jej jeden argument = 1 lub = 0, wnioskujemy, że jej drugi argument ma sprzeczną wartość logiczną (tj. odpowiednio = 0 lub = 1),
- w przypadku gdy alternatywa rozłączna = 0, a jej jeden argument = 1 lub = 0, wnioskujemy, że jej drugi argument ma tę samą wartość logiczną (tj. odpowiednio = 1 lub = 0).

c) Możemy jednoznacznie ustalić wartość danego wyrażenia w oparciu o wartość jednego z jego argumentów i znajomość tabelki funktora, który w nim występuje. Z wnioskowaniem tego typu mamy do czynienia w następujących sytuacjach:

- w przypadku gdy poprzednik implikacji = 0, wnioskujemy, że implikacja = 1,
- w przypadku gdy następnik implikacji = 1, wnioskujemy, że implikacja = 1
- w przypadku gdy argument alternatywy = 1, wnioskujemy, że alternatywa = 1,
- w przypadku gdy argument dysjunkcji = 0, wnioskujemy, że dysjunkcja = 1,
- w przypadku gdy argument koniunkcji = 0, wnioskujemy, że koniunkcja = 0,
- w przypadku gdy argument binegacji = 1, wnioskujemy, że binegacja = 0.

d) Możemy jednoznacznie ustalić wartość danego wyrażenia w oparciu o wartości jego argumentów i znajomość tabelki funktora, który w nim występuje. Z takim sposobem wnioskowania mamy do czynienia w tak wielu przypadkach, że nie sposób ich wyliczyć w sposób zupełny (jak to miało miejsce w odniesieniu do sposobów a – c), zatem popatrzymy tylko na trzy przykłady takiego wnioskowania:

- w przypadku gdy argument negacji = 1, ustalamy, że negacja = 0,
- w przypadku gdy poprzednik implikacji = 0, a jej następnik = 1, ustalamy, że implikacja = 1,

- w przypadku gdy argumenty alternatywy rozłącznej mają wartości 1 i 1, ustalamy, że alternatywa rozłączna = 0, itd.

Oprócz omówionych czterech sposobów wnioskowania przy rozwiązywaniu zadań korzystamy z reguły pozwalającej przyporządkować raz ustaloną wartość zmiennej, występującej w badanym wyrażeniu, we wszystkich miejscach, w których ta zmienna występuje. Znaczenie tej reguły jest ogromne, nieskorzystanie z niej powoduje bowiem niemożność przeprowadzenia wnioskowań typów b, c i d.

Istnieją wyrażenia, które pomimo zastosowania wszystkich możliwych typów wnioskowania oraz skorzystania z podanej reguły, nie dają się w sposób prosty rozwiązać. W trakcie ich rozwiązywania dochodzimy bowiem do miejsca, w którym dalsze jednoznaczne wnioskowanie jest niemożliwe. Zadania takie nazywamy zadaniami z wariantami, musimy w nich bowiem tworzyć warianty w celu ich ostatecznego rozwiązania. Zanim przedstawimy przykład takiego zadania, należy zwrócić uwagę na regułę ustalania wariantów: ze względu na ekonomię rozwiązania wskazane jest ustalanie wariantów w ramach wyrażenia, dla których ich liczba będzie mniejsza, np. mając do wyboru przyjęcie wariantów w ramach prawdziwej implikacji (czyli trzy warianty) lub prawdziwej równoważności (dwa warianty), wybieramy tę drugą możliwość. W efekcie będziemy musieli rozwiązać zadanie w dwóch, a nie w trzech wariantach, co pokazuje poniższy przykład:

Zadanie III. Sprawdź, czy poniższe wyrażenie jest tautologią:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

Rozwiązanie rozpoczynamy od założenia, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0, co pokazuje poniższy zapis:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

0

Następnie, z poczynionego założenia oraz z tabelki funktora implikacji, wnioskujemy, że jej poprzednik, którym jest równoważność ($p \equiv \sim q$), ma wartość logiczną 1, następnik zaś, którym jest implikacja ($(p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q)$), ma wartość logiczną 0, co pokazuje zapis:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

1 0 0

Następnie z tego, że wyrażenie $((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$ ma wartość logiczną 0, oraz z tabelki implikacji wnioskujemy, że wyrażenie $(p \rightarrow q)$ ma wartość logiczną 1, wyrażenie $\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$ ma zaś wartość logiczną 0:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

1 0 1 0 0

Dzięki znajomości tabelki negacji ustalamy, że wyrażenie $(\sim p \rightarrow \sim q)$ ma wartość logiczną 1, co umieszczamy w poniższym zapisie:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

1 0 1 0 0 1

Doszliśmy w ten sposób w naszym rozwiązaniu do miejsca, w którym nie jesteśmy w stanie w sposób jednoznaczny prowadzić dalszego wnioskowania. Zarówno bowiem równoważność (tworząca lewą stronę badanego wyrażenia) jest prawdziwa w więcej niż jednym przypadku układu wartości logicznych jej argumentów, jak dwie implikacje (wchodzące w skład prawej strony badanego wyrażenia) są prawdziwe w większej niż jeden ilości przypadków. Biorąc pod uwagę regułę ustalania wariantów, tworzymy więc warianty w odniesieniu do wartości argumentów równoważności, dla których ma ona wartość 1, gdyż postępując w ten sposób będziemy mieli do rozwiązania tylko dwa warianty. Gdyby natomiast przyjąć warianty w ramach którejś z implikacji, mielibyśmy do czynienia z trzema wariantami. Sposób zaznaczenia wariantów pokazuje poniższy zapis, w którym uwzględniamy, że równoważność jest prawdziwa zawsze i tylko wtedy, gdy jej argumenty mają taką samą wartość logiczną:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0
w	w	w	w	w	w	w	w

Dalsze rozwiązywanie rozpoczynamy od wariantu pierwszego. Najpierw, w oparciu o znajomość funktora negacji ustalamy wartość zmiennej q w tym wariantcie:

$$(p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q))$$

1	1	1	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
w	w	w	w	w	w	w	w	w

Przepisujemy ustalone w tym wariantcie wartości zmiennych p (1) i q (0) w odpowiednie miejsca badanego wyrażenia, w których zmienne te występują:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q)) \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad 0 \quad 0 & 1 \quad 1 \quad 0 & 0 \quad 0 & 1 \quad 1 & 0 \\ \underline{0} & \underline{0} & & & \\ w & w & & & \text{sp.} \end{array}$$

Obecnie, nie ustalając nawet wartości argumentów ostatniej implikacji, widzimy, że mamy do czynienia ze sprzecznością (zaznaczoną powyżej), w związku z czym stwierdzamy, że w tym wariantcie nie udało nam się udowodnić przyjętego założenia, tj. nie udało nam się wykazać, że badane wyrażenie nie jest tautologią. Z drugiej jednak strony nie udowodniliśmy jeszcze, że badane wyrażenie jest tautologią, albowiem brak sprzeczności może się pojawić w trakcie rozwiązania drugiego wariantu. W tym miejscu należy podkreślić, że w przypadku rozwiązywania zadań z wariantami możemy (i powinniśmy) zakończyć rozwiązywanie przed sprawdzeniem wszystkich wariantów jedynie w przypadku, gdy w którymś wariantcie stwierdzimy brak sprzeczności, tylko wtedy bowiem jednoznacznie ustalimy, że badane wyrażenie nie jest tautologią, bo dla wartości zmiennych ustalonych w tym wariantcie przyjmuje ono wartość logiczną 0. Natomiast w rozwiązywanym aktualnie zadaniu, z uwagi na stwierdzoną w wariantcie pierwszym sprzeczność, musimy sprawdzić jeszcze wariant drugi. Podobnie, jak to miało miejsce w wariantcie pierwszym, dzięki znajomości tabelki funktora negacji ustalamy najpierw wartość zmiennej q w tym wariantcie:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q)) \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad 0 \quad 0 & 1 \quad 1 \quad 0 & 0 \quad 0 & 1 \quad 1 & 0 \\ \underline{0} & \underline{0} & 1 & & \\ w & w & & & \end{array}$$

Następnie przepisujemy wartości zmiennych p (0) i q (1):

$$\begin{array}{ccccccc} (p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q)) \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad 0 \quad 0 & 1 \quad 1 \quad 0 & 0 \quad 0 & 1 \quad 1 & 0 \\ \underline{0} & \underline{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ w & w & & & & & \end{array}$$

Kolejnym krokiem jest ustalenie wartości implikacji składających się na prawą stronę badanego wyrażenia:

$$\begin{array}{ccccccc} (p \equiv \sim q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow \sim q)) \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad 0 \quad 0 & 1 \quad 1 \quad 0 & 0 \quad 0 & 1 \quad 1 & 0 \\ \underline{0} & \underline{0} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ w & w & & & & & \text{sp.} \end{array}$$

W tym wariantcie stwierdzamy, że wystąpiła sprzeczność, tym razem w drugiej implikacji. W związku z czym, z uwagi na okoliczność, że do sprzeczności doprowadziło nas rozwiązanie obydwu wariantów, jesteśmy już w stanie sformułować odpowiedź, że badane wyrażenie jest tautologią. W tym miejscu podkreślimy, że w przypadku rozwiązywania zadań z wariantami ustalenie, że badane wyrażenie jest tautologią, polega na stwierdzeniu występowania sprzeczności we wszystkich wariantach.

Pozostaje jeszcze do omówienia kwestia rozwiązywania zadań, które z pozoru wydają się być zadaniami z wariantami. Trzeba podkreślić, że unikanie wariantów w przeprowadzanym rozwiązaniu opiera się w szczególności na poprawnym zastosowaniu reguły pozwalającej przyporządkować raz ustaloną wartość zmiennej we wszystkich miejscach, w których ta zmienna występuje, oraz na przeprowadzeniu wnioskowań typów b – d. Należy też zauważyć, że nieuzasadnione rozwiązanie zadania „bezwariantowego” za pomocą przyjęcia wariantów jest błędem wskazującym na nieumiejętność posługiwania się metodą zero-jedynkową skróconą. Popatrzmy na przykład takiego rozwiązania, w którym kilkakrotnie unikniemy w prosty sposób rozwiązania wariantowego:

Zadanie IV. Sprawdź, czy poniższe wyrażenie jest tautologią:

$$((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q)$$

Z założenia, że badane wyrażenie ma wartość logiczną 0, oraz z uwagi na fakt, że jest ono implikacją, wnioskujemy, że poprzednik = 1, a następnik = 0, co pokazuje poniższy zapis:

$$\begin{array}{ccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 & & & 0 & & & 0 \end{array}$$

Następnie ustalamy wartości logiczne argumentów koniunkcji stanowiącej poprzednik badanej implikacji oraz wartości logiczne poprzednika i następnika implikacji stanowiącej następnik badanej implikacji:

$$\begin{array}{ccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 & 1 & 1 & & 0 & 1 & 0 \quad 0 \end{array}$$

Gdy popatrzymy na dotychczasowe rozwiązanie, to widzimy, że jedynym miejscem, w którym możemy dalej jednoznacznie („bezwariantowo”) wnioskować

wać, jest znajdujące się na końcu badanej formuły wyrażenie $\sim q$. Ustalamy więc wartość q :

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

W tym momencie, aby uniknąć rozwiązania z wariantami, korzystamy z reguły pozwalającej przepisać ustaloną wartość zmiennej q w miejsce, w którym zmienna ta występuje:

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Następnie, znając wartość znajdującą się po lewej stronie badanego wyrażenia alternatywy rozłącznej (1) oraz znając wartość jednego z jej argumentów ($q = 1$), wnioskujemy, że jej drugi argument (czyli r) ma wartość logiczną 0 (jest to wnioskowanie typu „b”):

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

W tym momencie, aby po raz drugi uniknąć rozwiązania z wariantami, korzystamy z reguły pozwalającej przepisać ustaloną wartość zmiennej r w miejsce, w których ona występuje:

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Następnie określamy wartość zmiennej p , korzystając z tego, że ustaliliśmy, że implikacja ($p \rightarrow r$) ma mieć wartość logiczną 1, zaś jej następnik r ma wartość 0 (jest to znowu wnioskowanie typu „b”). Aby tak rzeczywiście było, zmienna p musi mieć wartość 0:

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Po raz ostatni unikamy wariantów, przepisując ustaloną wartość zmiennej p w miejsca, w których ona występuje:

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Korzystając z tabelki funktora negacji obliczamy wartość wyrażenia $\sim r$, a potem, korzystając z tabelki funktora implikacji, obliczamy wartość implikacji ($\sim r \rightarrow p$):

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

W końcu, korzystając z tabelki alternatywy, obliczamy wartość alternatywy ($p \vee (\sim r \rightarrow p)$) i stwierdzamy, że wartość ta wynosi 0, zatem przeprowadzone rozwiązanie doprowadziło nas do sprzeczności, wartość tej alternatywy miała bowiem wynosić 1:

$$\begin{array}{cccccccc} ((q \perp r) \wedge (p \vee (\sim r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow \sim q) \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

sp.

Odpowiadamy więc, że badane wyrażenie jest tautologią.

Ad. 4. Stwierdzenia występowania sprzeczności oraz braku sprzeczności w uzyskanym rozwiązaniu różnią się nieco od siebie. Na początek przypomnijmy, że sprzeczność może zostać stwierdzona albo w stosunku do zmiennej lub zmiennych zdaniowych (jak to miało miejsce w rozwiązaniu zadania nr I), albo w stosunku do wyrażeń występujących w badanym wyrażeniu (jak to miało miejsce w rozwiązaniu zadania nr IV). Stwierdzenie występowania sprzeczności tym się różni od stwierdzenia braku sprzeczności, że do jego stwierdzenia wystarczy, aby sprzeczność pojawiła się przynajmniej raz. Poza tym, stwierdziwszy występowanie sprzeczności w danym rozwiązaniu lub też wariantie rozwiązania, nie musimy już badać pozostałych części składowych wyrażenia (jak to miało miejsce w rozwiązaniu pierwszego wariantu zadania nr III). Natomiast do stwierdzenia braku sprzeczności, musimy zbadać wszystkie wyrażenia składające się na badaną formułę (jak to miało miejsce w rozwiązaniu zadania nr II) i ustalić wartości zmiennych zdaniowych w niej występujących, dla których ma ona wartość logiczną 0.

Ad. 5. Sformułowanie odpowiedzi pozornie nie nastręcza większych trudności. W przypadku stwierdzenia występowania sprzeczności odpowiadamy, że badane wyrażenie jest tautologią; w przypadku stwierdzenia braku sprzeczności odpowiadamy, że badane wyrażenie tautologią nie jest, ponadto podając ustalo-

ne w rozwiązaniu wartości zmiennych, dla których to wartości badane wyrażenie ma wartość logiczną 0.

Sprawa jednak nieco się komplikuje, gdy musimy zbadać wyrażenie będące równoważnością lub też gdy mamy do czynienia z zadaniem wariantowym. Przypomnijmy więc, że w pierwszym przypadku możemy sformułować odpowiedź głoszącą, że badana równoważność o ogólnej postaci $(\alpha \equiv \beta)$ jest tautologią zawsze i tylko wtedy, gdy tautologiami okażą się być implikacje $(\alpha \rightarrow \beta)$ i $(\beta \rightarrow \alpha)$. Natomiast w odniesieniu do zadań z wariantami przypomnijmy, że możemy sformułować odpowiedź głoszącą, że badane wyrażenie jest tautologią zawsze i tylko wtedy, gdy stwierdzimy występowanie sprzeczności we wszystkich wariantach. Natomiast jeśli rozwiązując zadanie wariantowe stwierdzimy brak sprzeczności w ramach któregośkolwiek wariantu, to nie badając już kolejnych wariantów należy od razu sformułować odpowiedź, że wyrażenie nie jest tautologią, i podać ustalone w tym wariantcie wartości logiczne zmiennych zdaniowych, dla których to wartości badane wyrażenie przybiera wartość logiczną 0.

Zanim przedstawimy zadania do samodzielnego rozwiązania, popatrzymy jeszcze na rozwiązanie zadania egzaminacyjnego, w którym będziemy mieli do czynienia z sześcioma wariantami. Rozwiązanie tego zadania pozostawiamy bez skomentowania toku wnioskowań, zalecając samodzielne prześledzenie jego kolejnych etapów.

Zadanie V. Sprawdź, czy poniższe wyrażenie jest tautologią:

$$((\sim q \vee p) / (r \rightarrow \sim p)) \equiv \sim ((q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow \sim r))$$

Ponieważ badane wyrażenie jest równoważnością, rozpoczynamy od zbadania, czy jest tautologią implikacja $(\alpha \rightarrow \beta)$:

$((\sim q \vee p) / (r \rightarrow \sim p))$				$\rightarrow \sim ((q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow \sim r))$			
	1			0 0	w	1 w	1 1
0 1 1 1	0	0 1 0 1		1	1	1	1 0
1 0 1 1	0	0 1 0 1		0	1	1	1 0
1 0 1 0	0	? 1 1 0		0	0	0	? ?

Zauważmy, że oczywiście warianty można było przyjąć także w innym miejscu, oraz że w wariantcie trzecim dochodzimy do sprzeczności bez ustalenia wartości zmiennej r. Ponieważ sprzeczności wystąpiły we wszystkich wariantach, udowodniliśmy, że badana implikacja jest tautologią. Tak więc, musimy teraz zbadać, czy jest tautologią implikacja $(\beta \rightarrow \alpha)$:

$\sim ((q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow \sim r))$				$\rightarrow ((\sim q \vee p) / (r \rightarrow \sim p))$			
	0			0	w	1 w	0 1
1	0 1 1	1	1 1 1 0	1	0	1	0 0 1
	1 1 1	1	1 1 1 0	0	1	1	0 0 1
	0 1 0	1	0 1 ? ?	1	0	0	? 1 0

Także w tym rozwiązaniu warianty można przyjąć w innym miejscu. Ponadto zauważmy, że w wariantcie trzecim doszliśmy do sprzeczności bez ustalenia wartości zmiennej r. Ponieważ sprzeczności wystąpiły we wszystkich wariantach, stwierdzamy, że badana implikacja jest tautologią. Zatem z uwagi na fakt, że tautologiami okazały się być obie implikacje, formułujemy odpowiedź, że badane wyrażenie (będące równoważnością) jest tautologią.

D. Literatura

- W. Wolter, M. Lipczyńska, *ELEMENTY LOGIKI* (wykład dla prawników), rozdz. XI („Prawa logiczne ze zmiennymi zdaniowymi”), a w szczególności pkt F („Weryfikacja wyrażeni”).
- Z. Ziemiński, *LOGIKA PRAKTYCZNA*, rozdz. XIV („Wnioskowanie dedukcyjne i jego podstawy logiczne”), pkt B („Prawa logiczne ze zmiennymi zdaniowymi”), a w szczególności §8 („Inne prawa rachunku zdań”).
- L. Borkowski, *ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ*, wyd. IV, (PWN, Warszawa 1977), rozdz. II („Rachunek zdań”), §3 („Metoda sprawdzania zerojedynkowa”), s. 30 – 38.
- L. Borkowski, *LOGIKA FORMALNA*, wyd. II poprawione, (PWN, Warszawa 1977), rozdz. III („Klasyczny rachunek zdań”), §4 („Funktory prawdziwościowe. Sprawdzanie zerojedynkowe”), s. 62 – 81.
- M. Porębska, W. Suchoń, *ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ dla studentów kierunków humanistycznych* (Skrypty uczelniane UJ, nr 613, Kraków 1990), rozdz. II („Klasyczny rachunek zdań”), §4 („Tautologie w KRZ”), s. 27 – 33.
- K. Czarnota, „Metoda zerojedynkowa”, w: [red. W. Marciszewski], *MAŁA ENCYKLOPEDIA LOGIKI*, wyd. II zmienione, (Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1988), s. 122 – 123.
- M. Połytyło, „Dowodzenie”, w: *ibidem*, s. 49 – 50.

E. Zadania

Wszystkie zadania posiadają jednakową treść: „Sprawdź, czy podane wyrażenie jest tautologią. Jeżeli okaże się, że tak nie jest, to podaj wartości zmiennych zdaniowych występujących w wyrażeniu (tj. $p = ?$, $q = ?$, $r = ?$, itd.), dla których badane wyrażenie ma wartość logiczną 0”.

1. $((q \rightarrow \sim p) \wedge (q \equiv \sim p)) \rightarrow ((\sim p \wedge q) \rightarrow (p \downarrow \sim q))$
2. $\sim(\sim(\sim p \rightarrow q)/r) \rightarrow ((\sim r \downarrow q) \perp \sim(p \wedge \sim r))$
3. $(\sim(p/q) \wedge (r \vee \sim p)) \rightarrow \sim((q \rightarrow \sim r) \perp (p \wedge \sim r))$
4. $(\sim(\sim s \rightarrow q) \perp (p \wedge r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee (r \rightarrow \sim q))$
5. $(\sim(q \vee r) \wedge (\sim(\sim q/p) \wedge (p \vee r))) \rightarrow ((r \perp q) \rightarrow (\sim p \wedge r))$
6. $((q \perp \sim r) \wedge (\sim p \rightarrow (r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow \sim q)$
7. $\sim((r/p) \rightarrow \sim q) \equiv \sim(\sim(p \rightarrow \sim r) \equiv q)$
8. $\sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim((p \vee \sim r) \wedge \sim(r \rightarrow q))$
9. $\sim((p \rightarrow \sim r) \vee (r \wedge q)) \equiv (\sim q \wedge p)$
10. $\sim((p/\sim q) \perp \sim(p \rightarrow q)) \rightarrow (s \wedge \sim r)$
11. $((r \rightarrow \sim p) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow \sim((p \rightarrow \sim r)/\sim(q \wedge \sim r))$
12. $\sim((p \rightarrow \sim q) \perp (q \wedge r)) \rightarrow (\sim r \wedge p)$
13. $(\sim(\sim p \perp \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow q)) \equiv ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow (p \vee \sim(r \wedge q)))$
14. $(\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (p \wedge r)) \equiv ((\sim p \equiv q)/\sim r)$
15. $\sim((\sim r/\sim p) \wedge \sim((p \vee \sim q) \rightarrow q)) \equiv ((\sim q/(\sim r \rightarrow p)) \wedge (\sim p \vee q))$
- 16*. $((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge \sim q)) \wedge \sim(\sim q \wedge p) \equiv (r \wedge \sim q)$
- 17*. $\sim((p/\sim r) \wedge \sim(\sim q \downarrow r)) \equiv \sim((r \rightarrow (p \wedge \sim q)) \rightarrow (q \downarrow (\sim p \equiv q)))$
- 18*. $((\sim p \rightarrow q) \rightarrow \sim r)/(q \wedge \sim r) \equiv ((\sim p \downarrow q) \perp (r \wedge \sim p))$
- 19*. $((\sim p \perp s) \wedge (\sim r/q)) \equiv ((s \equiv r) \rightarrow (p \vee \sim q))$
- 20*. $(\sim(\sim p \wedge q) \wedge \sim(r \wedge q)) \equiv \sim(\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \vee \sim(r \rightarrow \sim q))$

Rozwiązania zadań na stronach 119 i nast.

III. Zadania tekstowe

A. Treść zadań

Ustalenie, czy w przytoczonym wnioskowaniu wyrażonym w języku naturalnym wniosek wynika logicznie z przesłanek.

B. Sposób rozwiązywania zadań

1. sformalizowanie wnioskowania poprzez jego zapis w języku Klasycznego Rachunku Zdań (KRZ):
 - A) wyodrębnienie przesłanek i wniosku,
 - B) zastąpienie występujących we wnioskowaniu zdań w sensie logicznym przez zmienne zdaniowe,
 - C) zastąpienie występujących we wnioskowaniu spójników międzyzdaniowych przez funktory prawdziwościowe,
 - D) sformułowanie i zapis wyrażenia KRZ odpowiadającego badanemu wnioskowaniu,
2. sprawdzenie, czy ustalone wyrażenie jest tautologią, za pomocą metody zero-jedynkowej skróconej,
3. sformułowanie odpowiedzi.

C. Komentarz

Przed skomentowaniem poszczególnych operacji składających się na rozwiązanie zadania tekstowego, popatrzmy na przykładowe rozwiązanie takiego zadania.

Zadanie 1. Ustal, czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Jan jest prokuratorem, to Jan jest prawnikiem. Ale Jan nie jest prokuratorem. Zatem, jeżeli nieprawda, że Jan jest prokuratorem, to nieprawda, że Jan jest prawnikiem.

Rozwiązanie rozpoczynamy od wyodrębnienia przesłanek i wniosku powyższego wnioskowania. Biorąc pod uwagę występujący we wnioskowaniu spójnik *zatem* stwierdzamy, że zdania *Jeżeli Jan jest prokuratorem, to Jan jest prawnikiem* oraz *Ale Jan nie jest prokuratorem* są przesłankami wnioskowania, natomiast zdanie *jeżeli nieprawda, że Jan jest prokuratorem, to nieprawda, że Jan jest prawnikiem* jest jego wnioskiem. Wyodrębnienie to zaznaczamy poprzez wstawienie symbolu implikacji pod spójnikiem *zatem* (por. niżej).

Kolejnym krokiem jest zastąpienie występujących we wnioskowaniu zdań w sensie logicznym przez zmienne zdaniowe, co pokazuje poniższy zapis:

Jeżeli Jan jest prokuratorem, to Jan jest prawnikiem. Ale

p q

Jan nie jest prokuratorem. Zatem, jeżeli nieprawda, że Jan jest prokuratorem,

~ p $\rightarrow$ ~ p

to nieprawda, że Jan jest prawnikiem.

~ q

Następnie zastępujemy występujące we wnioskowaniu spójniki międzyzdaniowe przez funktory prawdziwościowe:

Jeżeli Jan jest prokuratorem, to Jan jest prawnikiem. Ale

p $\rightarrow$ q $\wedge$

Jan nie jest prokuratorem. Zatem, jeżeli nieprawda, że Jan jest prokuratorem,

~ p $\rightarrow$ ~ p

to nieprawda, że Jan jest prawnikiem.

$\rightarrow$ ~ q

Następnie przystępujemy do sformułowania wyrażenia odpowiadającego powyższemu wnioskowaniu. Widzimy, że przesłanka pierwsza ma postać $(p \rightarrow q)$, natomiast przesłanka druga to zdanie $\sim p$. Ponadto widzimy, że przesłanki te połączone są funktorem koniunkcji. Z kolei wniosek ma postać $(\sim p \rightarrow \sim q)$. W efekcie wyrażenie KRZ odpowiadające powyższemu wnioskowaniu przedstawia się następująco:

$$((p \rightarrow q) \wedge \sim p) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$$

Kolejną czynnością jest sprawdzenie tego wyrażenia za pomocą metody zerojedynekowej skróconej:

$$\begin{array}{cccccccccccc} (& (& p & \rightarrow & q &) & \wedge & \sim & p &) & \rightarrow & (& \sim & p & \rightarrow & \sim & q &) \\ & & 0 & 1 & 1 & & 1 & 1 & 0 & & 0 & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Z uwagi na stwierdzony brak sprzeczności ustaliliśmy, że badane wyrażenie nie jest tautologią, bo dla $p = 0$ i $q = 1$ wyrażenie to ma wartość logiczną 0. Zatem odpowiadamy, że w powyższym wnioskowaniu wniosek nie wynika logicznie z przesłanek.

Po przedstawieniu rozwiązania tego przykładowego zadania przechodzimy do skomentowania poszczególnych etapów rozwiązywania zadań tekstowych.

Ad. 1.A. Rozwiązywanie zadań tekstowych rozpoczynamy od wyodrębnienia przesłanek i wniosku danego wnioskowania. Dokonujemy tego w ten sposób, że stwierdzamy, w którym miejscu danego wnioskowania występuje spójnik międzyzdaniowy, poprzedzający w języku naturalnym sformułowanie wniosku. W języku polskim najczęściej spotykane spójniki spełniające tę rolę to:

- (a) *zatem*
- (a) *więc*
- *dlatego też*

Zdania znajdujące się w badanym wnioskowaniu przed którymś z podanych wyżej spójników stanowią przesłanki danego wnioskowania, natomiast zdania znajdujące się po tym spójniku stanowią wniosek tego wnioskowania. Dokonane odróżnienie przesłanek i wniosku zaznaczamy w rozwiązaniu wstawiając symbol implikacji pod wskazany spójnik.

Wyodrębnienie przesłanek i wniosku w badanym wnioskowaniu ma niebagatelne znaczenie dla późniejszego właściwego sformalizowania danego wnioskowania w postaci jego zapisu w języku KRZ. Wnioskowania te mają strukturę dającą się przedstawić za pomocą ogólnego wzoru:

$$((p_1) \wedge (p_2) \wedge \dots \wedge (p_n)) \rightarrow (w)$$

Dlatego też poprawne wyodrębnienie części wnioskowania stanowiących odpowiednio jego przesłanki i wniosek stanowi warunek *sine qua non* skorzystania z tego wzoru przy dokonywaniu ostatecznego zapisu wyrażenia KRZ od powiadającego badanemu wnioskowaniu (por. niżej, pkt 1.C i 1.D).

Ad. 1.B. Zastąpienie występujących we wnioskowaniu zdań w sensie logicznym przez zmienne zdaniowe oparte jest na zidentyfikowaniu tych zdań (co najprościej zaznaczamy w rozwiązaniu poprzez ich wzięcie w poziome klamry), a następnie na przyporządkowaniu poszczególnym zdaniom zmiennych zdaniowych p , q , r , itd. Dla uproszczenia rozwiązania, w przypadku gdy mamy do czynienia z negacją pojedynczego (prostego) zdania w sensie logicznym, zastępujemy je od razu przez odpowiedni symbol zmiennej poprzedzony funktorem negacji, jak to miało miejsce w rozwiązaniu zadania nr 1. Powstają w związku z tym dwa problemy: poprawnego zidentyfikowania negacji zdania oraz poprawnego odróżnienia negacji odnoszącej się do zdania prostego od negacji odnoszącej się do zdania złożonego.

W kwestii pierwszej trzeba zwrócić uwagę na fakt, że w języku naturalnym negację zdania można wyrazić na dwa sposoby: albo poprzez użycie zwrotu *nieprawda, że ...*, jak to miało miejsce w przypadku zdania *nieprawda, że Jan jest prokuratorem*, albo poprzez zaprzeczenie dokonane za pomocą słowa *nie*, stanowiącego wraz z odpowiednią formą czasownika orzeczenie danego zdania, jak to miało miejsce w przypadku zdania *Jan nie jest prokuratorem*. W związku z tym należy przyjąć następujące reguły interpretacyjne:

a) jeżeli zdanie proste poprzedzone jest charakterystycznym dla negacji zwrotem *nieprawda, że ...*, to **zawsze** zapisujemy je za pomocą funktora negacji, mamy bowiem tu do czynienia z negacją zdania,

b) jeżeli mamy natomiast do czynienia ze „zdaniami o treści negatywnej”, to znaczy zdaniem, w którym występuje wyraz *nie*, umieszczony przed odpowiednią formą czasownika i stanowiący wraz z nią orzeczenie danego zdania (np. zdanie *Jan nie jest prokuratorem*), to zapisujemy je za pomocą funktora negacji, pod dwoma wszakże warunkami, które muszą być jednocześnie spełnione:

- warunek I. – że jest to konieczne dla poprawnego wyrażenia danego wnioskowania w języku KRZ,
- warunek II. – że „zdanie o treści negatywnej” jest rzeczywiście równoznaczne z negacją odpowiedniego „zdania o treści pozytywnej”, dokonaną za pomocą zwrotu *nieprawda, że...*

Warunek pierwszy będzie spełniony wtedy, gdy w badanym wnioskowaniu obok „zdania o treści negatywnej” wystąpi albo odpowiednie „zdanie o treści pozytywnej”, albo negacja za pomocą zwrotu *nieprawda, że ...* odpowiedniego „zdania o treści pozytywnej”. Na przykład zdanie *Krzysztof nie jest sędzią* zapi-

szemy za pomocą funktora negacji (np. jako $\sim q$) wtedy, gdy we wnioskowaniu wystąpi także zdanie *Krzysztof jest sędzią* (które zapiszemy jako q), lub zdanie *nieprawda, że Krzysztof jest sędzią* (które zastąpimy również przez $\sim q$). W odniesieniu do warunku drugiego (który musi być spełniony łącznie!), trudno jest podać jakąś ogólną regułę. Zamiast tego ograniczymy się więc do podania przykładu, w którym warunek ten nie jest spełniony. Jeśli weźmiemy pod uwagę dwa zdania: *nieprawda, że każdy prawnik jest sędzią* i *każdy prawnik nie jest sędzią*, to abstrahując od językowej niepoprawności tego drugiego (powinno być *żaden...*) widzimy, że takie dwa zdania nie są bynajmniej równoznaczne, choćby dlatego, że pierwsze jest oczywiście prawdziwe, a drugie oczywiście fałszywe. W takim i mu podobnych przypadkach należy stwierdzić, że drugi warunek zastosowania podanej reguły nie został spełniony, zatem reguła nie może zostać wykorzystana.

W kwestii odróżnienia negacji odnoszącej się do zdania prostego od negacji odnoszącej się do zdania złożonego należy natomiast przyjąć następujące reguły interpretacyjne:

- w przypadku implikacji – negacja całej implikacji ma miejsce wtedy, gdy zwrot *nieprawda, że ...* poprzedza wyrażający implikację zwrot *jeżeli ... , to ...*, np. zdanie *Nieprawda, że jeżeli p , to q* zapisujemy jako $\sim (p \rightarrow q)$. W pozostałych przypadkach, tzn. gdy zwrot *nieprawda, że ...* występuje niejako „wewnątrz” zwrotu *jeżeli ... , to ...*, mamy do czynienia z negacją zdań prostych, stanowiących poprzednik lub następnik implikacji, np. zdanie *Jeżeli nieprawda, że p , to nieprawda, że q* zapisujemy jako $(\sim p \rightarrow \sim q)$.
- analogicznej interpretacji dokonujemy w przypadku równoważności, alternatywy rozłącznej, dysjunkcji i binegacji. Zdanie *Nieprawda, że zawsze i tylko wtedy, gdy p , to q* zapisujemy więc jako $\sim (p \equiv q)$, natomiast zdanie *Zawsze i tylko wtedy, gdy nieprawda, że p , to nieprawda, że q* zapiszemy jako $(\sim p \equiv \sim q)$. Zdanie *nieprawda, że albo p albo q* zapisujemy więc $\sim (p \perp q)$, zdanie *albo nieprawda, że p albo nieprawda, że q* zapisujemy $(\sim p \perp \sim q)$, itd.

Trzeba podkreślić, że podane sposoby interpretacji czasami muszą być zastosowane łącznie, np. zdanie *nieprawda, że jeżeli nieprawda, że p , to q* zapisujemy jako: $\sim (\sim p \rightarrow q)$, itp.

- w przypadkach funktorów alternatywy zwykłej i koniunkcji należy z reguły przyjąć, że negacja wyrażona zwrotem *nieprawda, że ...* odnosi się do najbliższego argumentu danego funktora, np. zdanie *nieprawda, że p lub q* zapisujemy $(\sim p \vee q)$, a zdanie *nieprawda, że p i q* jako $(\sim p \wedge q)$. Istnieją jednak liczne wyjątki od tej reguły.

Po pierwsze, zdania zawierające nazwy tych funktorów, przykładowo zdania typu *nieprawdziwa jest alternatywa p lub q* oraz *nieprawdziwa jest koniunkcja p i q*, zapisujemy oczywiście jako $\sim (p \vee q)$ oraz $\sim (p \wedge q)$.

Po drugie, zdania, w których zwrot *nieprawda, że ...* występuje dwa razy pod rząd przed zdaniem będącym pierwszym argumentem, interpretujemy w ten sposób, że przyjmujemy, iż zwrot pierwszy odnosi się do całej alternatywy (koniunkcji), a zwrot drugi do jej pierwszego argumentu, np. zdanie *nieprawda, że nieprawda, że p lub q* zapisujemy jako $\sim (\sim p \vee q)$, zaś zdanie *nieprawda, że nieprawda, że p i q* jako $\sim (\sim p \wedge q)$.

Po trzecie, w przypadku gdy zdanie będące drugim argumentem alternatywy czy koniunkcji jest zdaniem z podmiotem domyślnym, którym jest podmiot zdania będącego pierwszym argumentem, to należy przyjąć, że negacja odnosi się do całej alternatywy czy koniunkcji. Na przykład zdanie *nieprawda, że Jan jest sędzią lub odbywa aplikację sędziowską* zapisujemy jako $\sim (p \vee q)$.

Ad. 1.C. Zastąpienie występujących we wnioskowaniu spójników międzyzdaniowych mowy potocznej przez funktory prawdziwościowe opiera się na następujących regułach interpretacyjnych:

Zwroty (spójniki):	Interpretujemy jako wyrażające:
i, oraz, a, chociaż, ale, lecz	koniunkcję ($\wedge$)
lub	alternatywę zwykłą ($\vee$)
albo ..., albo ...	alternatywę rozłączną ($\perp$)
bądź ..., bądź ...	dysjunkcję ($/$)
jeżeli ..., to ... jeśli ..., to ...	implikację ($\rightarrow$)
zawsze i tylko (wtedy), jeżeli ..., to ... zawsze i tylko (wtedy), jeśli ..., to ... zawsze i tylko (wtedy), gdy ..., to ...	równoważność ($\equiv$)
ani nie ..., ani nie ...	binegację ($\downarrow$)

Trzeba zauważyć, że niektóre z podanych reguł mają jedynie charakter przybliżony i przy ich stosowaniu należy zachować pewną ostrożność. Uwaga ta odnosi się w szczególności do reguł dotyczących alternatywy zwykłej, alternatywy rozłącznej i dysjunkcji. Na przykład spójnik *albo* może także wyrażać alternatywę zwykłą, natomiast konstrukcja *albo ..., albo ...* może wyrażać dysjunkcję, a nie alternatywę rozłączną.

Osobną uwagę należy poświęcić koniunkcji oraz interpretacji spójnika *i*. W kwestii pierwszej zauważmy, że jako wyrażające koniunkcję interpretujemy nie tylko podane w powyższej tabeli spójniki, lecz także korzystamy z tego

funktora dla zapisu relacji zachodzących pomiędzy przesłankami danego wnioskowania. Przypomnijmy, że wnioskowanie ma ogólną strukturę:

$$(p_1) \wedge (p_2) \wedge \dots \wedge (p_n) \rightarrow (w)$$

W związku z tym w sytuacji, gdy poszczególne zdania wyrażające przesłanki wnioskowania nie są połączone żadnymi spójnikami międzyzdaniowymi, przy dokonywaniu zapisu takiego wnioskowania należy przyjąć, że łączy je funktor koniunkcji. Np. wnioskowanie:

Jeżeli Jan jest prokuratorem, to Jan jest prawnikiem. Jan nie jest prokuratorem. Zatem, jeżeli nieprawda, że Jan jest prokuratorem, to nieprawda, że Jan jest prawnikiem.

przedstawimy w postaci wyrażenia:

$$((p \rightarrow q) \wedge \sim p) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$$

Zauważmy, że w zapisie przesłanek tego wnioskowania posługujemy się funktorem koniunkcji, mimo że nie występuje w nim żaden spójnik mogący zostać zinterpretowany jako wyrażający koniunkcję.

W kwestii interpretacji spójnika *i* należy natomiast przypomnieć, że nie zawsze zdanie, w którym spójnik *i* występuje, należy zinterpretować jako koniunkcję dwóch zdań. Spójnik *i* spełnia bowiem w języku polskim nie tylko rolę funktora zdaniotwórczego (jak to ma miejsce w przykładowym zdaniu: *Oskarżony wyrwał poszkodowanej torebkę i rzucił się do ucieczki*), ale także rolę funktora nazwotwórczego (jak to ma miejsce w przykładowych zdaniach: *W polskim prawie karnym występki i zbrodnie stanowią przestępstwa* oraz *Jaś i Małgosia zabłądzili w lesie*).

Na koniec uwaga o charakterze czysto technicznym. Podczas rozwiązywania zadań tekstowych, przy zastępowaniu poszczególnych spójników międzyzdaniowych przez funktory prawdziwościowe, w przypadku funktorów odpowiadających spójnikom dwuczęściowym, wskazane jest zaznaczanie miejsca właściwego dla danego funktora pod drugą częścią danego spójnika. Takie postępowanie ułatwia dalsze rozwiązywanie zadania, a w szczególności zmniejsza możliwość popełnienia błędu przy dokonywaniu zapisu całego wyrażenia, odpowiadającego danemu wnioskowaniu. Zatem w przypadku interpretacji zwrotu *jeżeli ..., to ...* symbol implikacji piszemy pod wyrazem *to*, przy interpretacji zwrotu *zawsze i tylko (wtedy), gdy ..., to ...* symbol równoważności piszemy także pod wyrazem *to*, w przypadku interpretacji zwrotu *albo ..., albo ...* symbol alternatywy rozłącznej piszemy pod drugim *albo*, itd.

Ad. 1.D. Sformułowanie i zapis wyrażenia odpowiadającego badanemu wnioskowaniu przebiega w dwóch etapach. Najpierw dokonujemy zapisu wyrażenia odpowiadającego poszczególnym przesłankom i wnioskowi. W etapie tym podstawowe znaczenie ma nie tylko poprawne zinterpretowanie spójników międzyzdaniowych w nich występujących, lecz także poprawne przedstawienie struktury danej przesłanki lub wniosku. W szczególności chodzi tu może o sytuacje, w których przesłankę lub wniosek stanowi zdanie „wielokrotnie” złożone, w którym zdania połączone za pomocą danego spójnika międzyzdaniowego są także zdaniami złożonymi. Przykładowo można tu wskazać na zdania, w których następnik implikacji jest implikacją (np. *Jeżeli Jan jest prawnikiem, to jeżeli Jan jest prokuratorem, to nieprawda, że Jan jest sędzią*), lub na zdania, w których następnik równoważności jest alternatywą rozłączną, jak np. w zdaniu: *Zawsze i tylko wtedy, jeżeli Jan jest prawnikiem, to albo Jan jest prokuratorem, albo jest on sędzią*. Poniżej przedstawiamy reguły interpretacyjne odnoszące się do najczęściej spotykanych struktur zdań „wielokrotnie” złożonych:

Zdanie o konstrukcji:	Interpretujemy jako:
Jeżeli p, to jeżeli q, to r.	$(p \rightarrow (q \rightarrow r))$
Jeżeli p, to q lub r.	$(p \rightarrow (q \vee r))$
Jeżeli p, to q. Lub r.	$((p \rightarrow q) \vee r)$
Jeżeli p lub q, to r.	$((p \vee q) \rightarrow r)$
Jeżeli p, to q i r.	$(p \rightarrow (q \wedge r))$
Jeżeli p i q, to r.	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
Zawsze i tylko (wtedy), jeżeli p, to jeżeli q, to r.	$(p \equiv (q \rightarrow r))$
Zawsze i tylko (wtedy), jeżeli p, to q lub r.	$(p \equiv (q \vee r))$
Zawsze i tylko (wtedy), jeżeli p, to q. Lub r.	$((p \equiv q) \vee r)$
Zawsze i tylko (wtedy), jeżeli p lub q, to r.	$((p \vee q) \equiv r)$
Zawsze i tylko (wtedy), jeżeli p, to q i r.	$(p \equiv (q \wedge r))$
Zawsze i tylko (wtedy), jeżeli p i q, to r.	$((p \wedge q) \equiv r)$

Należy zauważyć, że podane reguły interpretacyjne nie obejmują interpretacji zdań budowanych za pomocą spójnika *nieprawda, że...* wyrażającego negację zdania. Problem ten został już omówiony w pkt 1.B. Interpretując takie zdania należy więc jednocześnie skorzystać z dwóch typów reguł interpretacyjnych – dotyczących negacji (por. pkt 1.B.) oraz podanych przed chwilą reguł, dotyczących struktury zdań „wielokrotnie” złożonych. Stosownie do tych reguł podane wcześniej zdanie: *Jeżeli Jan jest prawnikiem, to jeżeli Jan jest prokuratorem, to nieprawda, że Jan jest sędzią* zapiszemy w postaci wyrażenia $(p \rightarrow (q \rightarrow \neg r))$.

Ponadto zauważmy, że podane reguły interpretacyjne stosujemy odpowiednio przy interpretacji zdań „wielokrotnie” złożonych zawierających spójniki wyrażające alternatywę rozłączną, dysjunkcję i binegację. Na przykład podane wcześniej zdanie: *Zawsze i tylko, jeżeli Jan jest prawnikiem, to albo Jan jest prokuratorem, albo jest on sędzią* zapiszemy w postaci: $(p \equiv (q \perp r))$, gdyż jest to zdanie analogiczne do zdania: *Zawsze i tylko, jeżeli p, to q lub r*, które interpretujemy jako $(p \equiv (q \vee r))$, itd.

Drugim i ostatnim etapem jest zapis całego wyrażenia, odpowiadającego badanemu wnioskowaniu. Należy tutaj pamiętać, że ogólna struktura wnioskowań stanowiących treść zadań tekstowych ma postać:

$$((p_1) \wedge (p_2) \wedge \dots \wedge (p_n)) \rightarrow (w)$$

W związku z tym, należy pamiętać, że zarówno poszczególne przesłanki, jak wniosek powinny być ujęte w nawiasy (wyjątek stanowią tu będą przypadki, gdy dana przesłanka lub wniosek są zdaniami prostymi albo negacjami zdań prostych) oraz że część wyrażenia odpowiadającego przesłankom danego wnioskowania winna być także ujęta w osobny nawias. Ponadto, o czym była już mowa, należy pamiętać, że stosownie do podanego wzoru należy domniemywać, że funktorem łączącym poszczególne przesłanki, w sytuacji gdy nie są one połączone przez jakikolwiek spójnik międzyzdaniowy, jest funktor koniunkcji.

Ad. 2. Sprawdzenia, czy ustalone wyrażenie KRZ jest tautologią, dokonujemy za pomocą metody zerojedynkowej skróconej, w sposób omówiony w poprzednim rozdziale.

Ad. 3. Sformułowanie odpowiedzi zależy od wyniku sprawdzenia, czy badane wyrażenie KRZ, odpowiadające danemu wnioskowaniu, jest tautologią. Warunkiem odpowiedzi pozytywnej, głoszącej, że w danym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek, jest stwierdzenie, że wyrażenie przedstawiające w formalny sposób strukturę (schemat) tego wnioskowania jest tautologią. Natomiast w przypadku, gdy to wyrażenie okaże się nie być tautologią, odpowiadamy, że w badanym wnioskowaniu wniosek nie wynika logicznie z przesłanek, podając jako uzasadnienie ustalone w trakcie sprawdzania tego wyrażenia metodą zerojedynkową skróconą wartości zmiennych zdaniowych, dla których wyrażenie to przybiera wartość logiczną fałszu (0).

Zanim podamy zadania do samodzielnego rozwiązania, popatrzymy na rozwiązanie dwóch zadań, w których skorzystamy z części podanych w pkt 1.A – D reguł interpretacyjnych.

Zadanie II. Ustal, czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Krzysztof zamordował Magdalенę, to Krzysztof popełnił przestępstwo i powinien zostać ukarany. Lecz nieprawda, że Krzysztof popełnił przestępstwo. Zatem nieprawda, że zawsze i tylko, jeżeli Krzysztof powinien zostać ukarany, to jeśli Krzysztof nie zamordował Magdaleny, to Krzysztof nie popełnił przestępstwa.

Rozwiązanie zadania rozpoczynamy od wyodrębnienia przesłanek i wniosku powyższego wnioskowania, podpisując symbol implikacji pod spójnik zatem:

Jeżeli Krzysztof zamordował Magdalенę, to Krzysztof popełnił przestępstwo

i powinien zostać ukarany. Lecz nieprawda, że Krzysztof popełnił przestępstwo.

Zatem, nieprawda, że zawsze i tylko, jeżeli Krzysztof powinien zostać ukarany,

to jeśli Krzysztof nie zamordował Magdaleny, to Krzysztof nie popełnił przestępstwa.

Następnie dokonujemy identyfikacji zdań występujących we wnioskowaniu,znaczając je za pomocą symboli zmiennych zdaniowych:

Jeżeli Krzysztof zamordował Magdalенę, to Krzysztof popełnił przestępstwo

i powinien zostać ukarany. Lecz nieprawda, że Krzysztof popełnił przestępstwo.

Zatem, nieprawda, że zawsze i tylko, jeżeli Krzysztof powinien zostać ukarany,

to jeśli Krzysztof nie zamordował Magdaleny, to Krzysztof nie popełnił przestępstwa.

Zauważmy, że zdania: *nieprawda, że Krzysztof popełnił przestępstwo* oraz *Krzysztof nie popełnił przestępstwa* oznaczamy symbolicznie jako $\sim q$, ponieważ są one negacją zdania oznaczonego wcześniej symbolem q : *Krzysztof popełnił przestępstwo*. Analogicznie postępujemy ze zdaniem *Krzysztof nie zamordował Magdaleny*, oznaczając je jako $\sim p$, ponieważ zdanie *Krzysztof zamordował Magdalенę* oznaczyliśmy wcześniej jako p .

Następnym krokiem jest zastąpienie występujących we wnioskowaniu spójników przez funktory prawdziwościowe, stosownie do podanych w pkt 1.C reguł interpretacyjnych:

Jeżeli Krzysztof zamordował Magdalенę, to Krzysztof popełnił przestępstwo

i powinien zostać ukarany. Lecz nieprawda, że Krzysztof popełnił przestępstwo.

Zatem nieprawda, że zawsze i tylko, jeżeli Krzysztof powinien zostać ukarany,

to jeśli Krzysztof nie zamordował Magdaleny, to Krzysztof nie popełnił przestępstwa.

Przystępujemy teraz do zapisu wyrażeń odpowiadających przesłankom i wnioskowi badanego wnioskowania. Widzimy, że przesłanka pierwsza to implikacja, której następnik jest koniunkcją dwóch zdań. Stosownie do odpowiedniej reguły interpretacyjnej, podanej w pkt 1. D, wyrażenie odpowiadające tej przesłance ma więc postać:

$$(p \rightarrow (q \wedge r))$$

Interpretacja drugiej przesłanki nie nastręcza jakichkolwiek trudności, jako że jest nią zdanie $\sim q$.

Dla sformułowania wyrażenia odpowiadającego wnioskowi skorzystać trzeba zarówno z reguł dotyczących identyfikacji negacji odnoszącej się do zdań złożonych (por. pkt 1.B.), jak z reguł interpretacyjnych zdań „wielokrotnie” złożonych (por. pkt 1.D.). Należy przyjąć, że wniosek ma postać zanegowanej

równoważności (ponieważ zwrot *nieprawda, że ...* występuje w nim przed spójnikiem zawsze i tylko, jeżeli ..., to ..., który został słusznie zinterpretowany jako równoważność), której drugi argument jest implikacją. Zatem, wyrażenie odpowiadające wnioskowi ma postać:

$$\sim (r \equiv (\sim p \rightarrow \sim q))$$

Na koniec zapisujemy pełną postać wyrażenia odpowiadającego badanemu wnioskowaniu, pamiętając, że obie występujące w nim przesłanki (połączone oczywiście funktorem koniunkcji) należy ująć w dodatkowy nawias, ponieważ:

$$((p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge \sim q) \rightarrow \sim (r \equiv (\sim p \rightarrow \sim q))$$

Zauważmy, że drugiej przesłanki nie ujmujemy w dodatkowy nawias, ponieważ jest ona negacją zdania prostego (por. pkt 1.D *in fine*).

Kolejnym etapem rozwiązania jest sprawdzenie, czy badane wyrażenie jest tautologią za pomocą metody zerojedynkowej skróconej:

$$\begin{array}{ccccccccccc} (& (& p & \rightarrow & (& q & \wedge & r &) &) & \wedge & \sim & q &) & \rightarrow & \sim & (& r & \equiv & (& \sim & p & \rightarrow & \sim & q &) &) &) \\ 0 & 1 & & & 0 & 0 & 1 & & & & 1 & 1 & 0 & & & & 0 & 0 & & & 1 & 1 & & & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Z uwagi na stwierdzony brak sprzeczności odpowiadamy, że w badanym wnioskowaniu wniosek nie wynika logicznie z przesłanek, bo wyrażenie KRZ stanowiące sformalizowany zapis tego wnioskowania nie jest tautologią, gdyż dla $p = 0, q = 0$ i $r = 1$ przyjmuje ono wartość logiczną 0.

Zadanie III. Ustal, czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Paweł zdał egzamin teoretyczny, lecz nie zaliczył egzaminu praktycznego, to nie uzyskał prawa jazdy. Ale nieprawda, że Paweł nie zaliczył egzaminu praktycznego, i nieprawda, że Paweł zdał egzamin teoretyczny. Zatem, jeżeli Paweł nie uzyskał prawa jazdy, to albo nieprawda, że zdał egzamin teoretyczny, albo nie zaliczył egzaminu praktycznego.

Rozwiązanie rozpoczynamy od wyodrębnienia przesłanek i wniosku:

Jeżeli Paweł zdał egzamin teoretyczny, lecz nie zaliczył egzaminu praktycznego,

to nie uzyskał prawa jazdy. Ale nieprawda, że Paweł nie zaliczył egzaminu

praktycznego, i nieprawda, że Paweł zdał egzamin teoretyczny. Zatem, jeżeli

→

Paweł nie uzyskał prawa jazdy, to albo nieprawda, że zdał egzamin teoretyczny,

albo nie zaliczył egzaminu praktycznego.

Następnie identyfikujemy zdania występujące we wnioskowaniu:

Jeżeli Paweł zdał egzamin teoretyczny, lecz nie zaliczył egzaminu praktycznego,

p q

to nie uzyskał prawa jazdy. Ale nieprawda, że Paweł nie zaliczył egzaminu

r ~q

praktycznego, i nieprawda, że Paweł zdał egzamin teoretyczny. Zatem, jeżeli

~p →

Paweł nie uzyskał prawa jazdy, to albo nieprawda, że zdał egzamin teoretyczny,

r ~p

albo nie zaliczył egzaminu praktycznego.

q

Zauważmy, że zdanie (Paweł) nie zaliczył egzaminu praktycznego oznaczamy jako q , bo nie jest spełniony warunek powodujący konieczność oznaczenia tego zdania jako $\sim q$, gdyż we wnioskowaniu ani nie występuje zdanie Paweł zaliczył egzamin praktyczny, ani zdanie nieprawda, że Paweł zaliczył egzamin

praktyczny. Z analogicznych powodów zdanie (Paweł) nie uzyskał prawa jazdy oznaczamy jako r , a nie jako $\sim r$.

Kolejnym etapem rozwiązania jest zastąpienie występujących we wnioskowaniu spójników przez funktory prawdziwościowe:

Jeżeli Paweł zdał egzamin teoretyczny, lecz nie zaliczył egzaminu praktycznego,
 $\boxed{p} \wedge \boxed{q}$
 to nie uzyskał prawa jazdy. Ale nieprawda, że Paweł nie zaliczył egzaminu
 $\rightarrow \boxed{r} \wedge \boxed{\sim q}$
 praktycznego, i nieprawda, że Paweł zdał egzamin teoretyczny. Zatem, jeżeli
 $\boxed{} \wedge \boxed{\sim p} \rightarrow$
 Paweł nie uzyskał prawa jazdy, to albo nieprawda, że zdał egzamin teoretyczny,
 $\boxed{r} \rightarrow \boxed{\sim p}$
 albo nie zaliczył egzaminu praktycznego.
 $\wedge \boxed{q}$

Następnie dokonujemy zapisu wyrażeń odpowiadających przesłankom i wnioskowi. Przesłankę pierwszą stanowi implikacja, której poprzednikiem jest koniunkcja zdań p i q , następnikiem zaś zdanie r . Zapisujemy ją więc:

$$((p \wedge q) \rightarrow r)$$

Druga przesłanka jest koniunkcją negacji zdań q i p :

$$(\sim q \wedge \sim p)$$

Wniosek jest natomiast implikacją, której poprzednik stanowi zdanie r , następnik zaś to alternatywa rozłączna zdań $\sim p$ i q . Zatem, wniosek ma postać:

$$(r \rightarrow (\sim p \perp q))$$

Na koniec zapisujemy pełną postać wyrażenia odpowiadającego badanemu wnioskowaniu, pamiętając, że obie występujące w nim przesłanki (połączone funktorem koniunkcji) należy ująć w dodatkowy nawias:

$$(((p \wedge q) \rightarrow r) \wedge (\sim q \wedge \sim p)) \rightarrow (r \rightarrow (\sim p \perp q))$$

Możemy już zbadać, czy wyrażenie to jest tautologią:

$$(((p \wedge q) \rightarrow r) \wedge (\sim q \wedge \sim p)) \rightarrow (r \rightarrow (\sim p \perp q))$$

1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
													sp.

W trakcie rozwiązania doszliśmy do sprzeczności (w następniku implikacji stanowiącej wniosek). Okazało się więc, że badane wyrażenie jest tautologią. Zatem odpowiadamy, że w badanym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek.

D. Literatura

- W. Wolter, M. Lipczyńska, *ELEMENTY LOGIKI* (wykład dla prawników), rozdz. VIII („Zdania złożone i funkcje zdaniowe”).
- Z. Ziemiński, *LOGIKA PRAKTYCZNA*, rozdz. VII („Funktory prawdziwościowe a spójniki międzyzdaniowe mowy potocznej”).
- S. Wronkowska, M. Zieliński, *PROBLEMY I ZASADY REDAGOWANIA TEKSTÓW PRAWNYCH*, (Urząd Rady Ministrów, Warszawa 1993), rozdz. IX, s. 145 – 155.
- L. Borkowski, *ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ*, wyd. IV, (PWN, Warszawa 1977), rozdz. I („Podstawowe pojęcia logiczne”), §3 („Wynikanie logiczne”), s. 19 – 23.
- A. Grzegorzczak, *ZARYS LOGIKI MATEMATYCZNEJ*, wyd. II zmienione i uzupełnione, (PWN, Warszawa 1969), rozdz. I („Klasyczny rachunek logiczny”), §1 („Klasyczna charakterystyka spójników zdaniowych”), s. 67 – 76.
- O.A. Wojtasiewicz, „Formalna i semantyczna analiza polskich spójników przyzdaniowych i międzyzdaniowych oraz wyrazów pokrewnych”, *STUDIA SEMIOTYCZNE*, tom III (1972), s. 109 – 144.

E. Zadania

Wszystkie zadania mają jednakową treść: „Sprawdź, czy w poniższym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek. Jeżeli okaże się, że tak nie jest, to podaj wartości zmiennych zdaniowych występujących w wyrażeniu stanowiącym sformalizowany zapis tego wnioskowania, dla których wyrażenie to ma wartość logiczną 0”.

1. Jeżeli Piotr jest adwokatem, to Piotr nie jest sędzią. A jeżeli Piotr jest sędzią, to Piotr nie jest adwokatem. Więc, jeżeli Piotr jest sędzią, to nieprawda, że Piotr jest adwokatem.

2. Zawsze i tylko, jeżeli Beata jest siostrą Marii, to Maria jest siostrą Beaty. Zatem nieprawda, że jeżeli Beata nie jest siostrą Marii, to Maria jest siostrą Beaty.
3. Zawsze i tylko, jeżeli żołnierz dokonuje zbrodni albo popełnia występki umyślne, to może zostać zdegradowany przez sąd. Zatem, jeżeli żołnierz nie dokonuje zbrodni i nie popełnia występków umyślnych, to nie może zostać zdegradowany przez sąd.
4. Jeżeli Mateusz jest stanu wolnego, to jest kawalerem albo wdowcem. Ale Mateusz nie jest wdowcem. Zatem, jeżeli nieprawda, że Mateusz jest kawalerem, to nieprawda, że Mateusz jest stanu wolnego.
5. Jeżeli oskarżony działał w obronie koniecznej, ale przekroczył jej granice, to sąd może zastosować nadzwyczajne złagodzenie kary albo odstąpić od jej wymierzenia. Zatem, jeżeli nieprawda, że sąd może odstąpić od wymierzenia kary, to nieprawda, że jeżeli sąd nie może zastosować nadzwyczajnego złagodzenia kary, to oskarżony nie działał w obronie koniecznej.
6. Jeżeli Wojtek szybko prowadzi samochód, to jeżeli zwraca uwagę na znaki drogowe, to jest świetnym kierowcą. Zatem, jeżeli nieprawda, że Wojtek szybko prowadzi samochód, to nieprawda, że jeżeli zwraca uwagę na znaki drogowe, to jest świetnym kierowcą.
7. Jeżeli studia prawnicze nie są trudne, to nieprawda, że jeżeli ktoś chce je ukończyć, to musi ciężko pracować. Lecz studia prawnicze są trudne. Zatem, jeżeli ktoś chce je ukończyć, to musi ciężko pracować, lub nieprawda, że studia prawnicze są trudne.
8. Jeżeli czynność prawna jest sprzeczna z ustawą, to jest nieważna. Jeżeli czynność prawna zmierza do obejścia ustawy, to jest nieważna. Zatem, jeżeli nieprawda, że czynność prawna jest nieważna, to nieprawda, że jest sprzeczna z ustawą, i nieprawda, że zmierza do obejścia ustawy.
9. Jeżeli złoto jest cięższe od żelaza, a ołów jest lżejszy od żelaza, to złoto jest najcięższym metalem. Lecz ołów nie jest lżejszy od żelaza. Zatem, nieprawda, że jeżeli złoto jest cięższe od żelaza, to złoto jest najcięższym metalem.
- 10*. Jeżeli Piotr i Marek pracują razem, to Piotr jest przełożonym Marka lub Marek jest przełożonym Piotra. Jeżeli Piotr jest głębszy od Marka i jest jego przełożonym, to Marek nie czuje się w pracy swobodnie i musi uważać, gdy z nim rozmawia. Zatem, jeżeli Piotr jest przełożonym Marka i Marek nie musi uważać, gdy z nim rozmawia, to nieprawda, że Piotr jest głębszy od Marka, oraz nieprawda, że Marek nie czuje się w pracy swobodnie.

IV. Wnioskowanie z kwadratu logicznego

A. Treść zadań

Przeprowadzenie wnioskowania z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę podaną wartość danego zdania kategorycznego.

B. Sposób rozwiązywania zadań

1. ustalenie zdania kategorycznego, którego podana wartość logiczna stanowić ma przesłankę wnioskowania z kwadratu logicznego:
 - A) (ewentualne) przekształcenie podanego w treści zadania zdania kategorycznego z dodatkiem „tylko” na tzw. klasyczne zdanie kategoryczne,
 - B) (ewentualne) znalezienie zdania kategorycznego, pozostającego w określonym w treści zadania stosunku zakresowym z podanym lub uprzednio przekształconym w pkt A zdaniem,
2. symboliczny zapis zdania, którego wartość logiczna stanowić ma przesłankę wnioskowania z kwadratu logicznego,
3. przeprowadzenie wnioskowania z kwadratu logicznego:
 - A) zapisanie odpowiednich relacji zachodzących pomiędzy zdaniami kategorycznymi w kwadracie logicznym,
 - B) w oparciu o podaną wartość logiczną zdania ustalonego w pkt 1 rozwiązania – wywnioskowanie wartości logicznych pozostałych zdań występujących w kwadracie logicznym,
4. sformułowanie odpowiedzi polegającej na podaniu wniosków, czyli ustalonych w trakcie rozwiązania wartości logicznych w odniesieniu do pozostałych zdań kategorycznych, wyrażonych w języku naturalnym.

C. Komentarz

Rozpoczniemy od podania kilku wiadomości natury ogólnej.

Wyróżniamy cztery rodzaje tzw. klasycznych zdań kategorycznych, charakteryzowanych „wg ilości” jako zdania ogólne lub szczegółowe oraz „wg jakości” jako zdania twierdzące lub przeczące:

1. zdania ogólnie-twierdzące, o postaci „Każde S jest P”, które zapisujemy symbolicznie za pomocą małej litery **a**: np. SaP,
2. zdania ogólnie-przeczące, o postaci „Żadne S nie jest P”, które zapisujemy symbolicznie za pomocą małej litery **e**: np. SeP,
3. zdania szczegółowo-twierdzące, o postaci „Niektóre S są P”, które zapisujemy symbolicznie za pomocą małej litery **i**: np. SiP,
4. zdania szczegółowo-przeczące, o postaci „Niektóre S nie są P”, które zapisujemy symbolicznie za pomocą małej litery **o**: np. SoP.

Klasyczne zdania kategoryczne pozostają między sobą w relacjach określanych mianem związków kwadratu logicznego. Dla potrzeb rozwiązywania zadań konieczne jest poznanie dwóch sposobów określenia tych relacji: za pomocą zapisu poszczególnych relacji poprzez użycie odpowiednich funktorów prawdziwościowych oraz za pomocą nazwania stosunków zakresowych zachodzących pomiędzy poszczególnymi zdaniami. Relacje te przedstawiają się następująco:

- I. Zdania ogólne łączy stosunek przeciwieństwa. Mówimy więc, że są to zdania przeciwne. Oznacza to, że jeżeli jedno zdanie ogólne jest prawdziwe, to drugie musi być fałszywe. Natomiast, gdy jedno zdanie ogólne jest fałszywe, to drugie może być zarówno prawdziwe, jak fałszywe. W związku z tym zapisujemy skrótowo relację zachodzącą pomiędzy zdaniami ogólnymi za pomocą funktora dysjunkcji (SaP / SeP).
- II. Zdania ogólne i odpowiadające im jakością zdania szczegółowe łączy stosunek podporządkowania. Mówimy więc, że zdanie ogólne jest zdaniem nadrzędnym w stosunku do odpowiadającego mu jakością zdania szczegółowego, natomiast zdanie szczegółowe jest zdaniem podrzędnym w stosunku do odpowiadającego mu jakością zdania ogólnego. Oznacza to, że jeżeli zdanie ogólne jest prawdziwe, to odpowiadające mu jakością zdanie szczegółowe musi być prawdziwe. Natomiast, gdy zdanie ogólne jest fałszywe, to odpowiadające mu jakością zdanie szczegółowe może być zarówno prawdziwe, jak fałszywe. Oznacza to także, że jeżeli zdanie szczegółowe jest fałszywe, to odpowiadające mu jakością zdanie ogólne też musi być fałszywe. Natomiast gdy zdanie szczegółowe jest prawdziwe, to odpowiadające mu jakością

zdanie ogólne może być prawdziwe albo fałszywe. W związku z tym, zapisujemy skrótowo relacje zachodzące pomiędzy zdaniami ogólnymi i opowiadającymi im jakością zdaniami szczegółowymi za pomocą funktora implikacji (SaP $\rightarrow$ SiP, SeP $\rightarrow$ SoP).

III. Zdania ogólne i nie odpowiadające im jakością zdania szczegółowe łączy stosunek sprzeczności. Mówimy więc, że są to zdania spreczne. Oznacza to, że gdy jedno z takiej pary zdań jest prawdziwe (np. zdanie ogólnie-twierdzące), to drugie (czyli szczegółowo-przeczące) musi być fałszywe. Gdy jedno z takiej pary zdań jest zaś fałszywe, to drugie musi być prawdziwe. W związku z tym zapisujemy skrótowo relacje zachodzące pomiędzy zdaniami ogólnymi i nie odpowiadającymi im jakością zdaniami szczegółowymi za pomocą funktora alternatywy rozłącznej (SaP $\perp$ SoP, SeP $\perp$ SiP).

IV. Zdania szczegółowe łączy relacja podprzeciwieństwa. Mówimy więc, że są to zdania podprzeciwne. Oznacza to, że gdy jedno zdanie szczegółowe jest fałszywe, to drugie musi być prawdziwe. Natomiast gdy jedno ze zdań szczegółowych jest prawdziwe, to drugie może być zarówno prawdziwe, jak fałszywe. W związku z tym zapisujemy skrótowo relację zachodzącą pomiędzy zdaniami szczegółowymi za pomocą funktora alternatywy zwykłej (SiP $\vee$ SoP).

Obecnie przystępujemy do skomentowania poszczególnych etapów rozwiązywania zadań.

Ad. 1. Ustalenie zdania kategorycznego, którego wartość logiczna stanowi przesłankę późniejszego wnioskowania z kwadratu logicznego, jest konieczne w zadaniach, w których zdanie to nie jest wprost podane. Po pierwsze, w treści zadania może wystąpić polecenie dokonania wnioskowania przy przyjęciu jako przesłanki podanej wartości logicznej zdania nie będącego tzw. klasycznym zdaniem kategorycznym, lecz będącego zdaniem kategorycznym z dodatkiem „tylko”. Przykładem może być tu zadanie o następującej treści:

Zadanie I. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie *Tylko prawnicy są adwokatami*.

Po drugie, w treści zadania może wystąpić polecenie dokonania wnioskowania w oparciu o podaną wartość logiczną zdania pozostającego w określonym stosunku zakresowym z danym zdaniem. Przykładem niech będzie zadanie o następującej treści:

Zadanie II. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie spreczne ze zdaniem *Każdy sędzia jest nieomylny*.

Ponadto trzeba zauważyć, że oba te utrudnienia mogą wystąpić łącznie, jak to ma miejsce w przykładowym zadaniu:

Zadanie III. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie przeciwne zdaniu *Tylko nieprokuratorzy nie są prawnikami*.

Sposoby ustalenia właściwego zdania kategorycznego są następujące:

Ad. 1.A. W przypadku gdy w treści zadania mamy do czynienia ze zdaniem kategorycznym z dodatkiem „tylko”, dokonujemy przekształcenia tego zdania wg podanych niżej wzorów:

Zdanie o postaci:	Przekształcamy na
<i>Tylko S są P</i>	zdanie: <i>Każde P jest S (PaS)</i>
<i>Tylko S nie są P</i>	zdanie: <i>Każde S' jest P (S'aP)</i>
<i>Tylko niektóre S są P lub</i> <i>Tylko niektóre S nie są P</i>	koniunkcję zdań: <i>Niektóre S są P</i> i <i>Niektóre S nie są P (SiP ∧ SoP)</i>

Zatem w przypadku zdania występującego w zadaniu pierwszym: *Tylko prawnicy są adwokatami*, przekształcamy je w zdanie *Każdy adwokat jest prawnikiem*. Dalej należy zauważyć dwie rzeczy. Po pierwsze, w przypadku przekształcania zdania typu: *Tylko S nie są P* musimy zanegować nazwę S (co zapisujemy jako S'). Może się wtedy zdarzyć, że uzyskamy podwójną negację jakiejś nazwy, którą w tym wypadku należy wyeliminować zgodnie z prawem podwójnej negacji. Przykładem może być przekształcenie zdania podanego w zadaniu trzecim: *Tylko nie-prokuratorzy nie są prawnikami*, które stosownie do podanego wzoru przekształcamy na zdanie: *Każdy nie-(nie-prokurator) jest prawnikiem*. Następnie, przed przystąpieniem do dalszego rozwiązywania, korzystamy tu z prawa podwójnej negacji, otrzymując zdanie: *Każdy prokurator jest prawnikiem*. Po drugie zauważmy, że przekształcając zdania o postaci: *Tylko niektóre S są P* lub *Tylko niektóre S nie są P* otrzymujemy koniunkcję dwóch zdań szczegółowych (*SiP ∧ SoP*), co powoduje pewną odrębność w dalszym rozwiązywaniu takich zadań.

Ad. 1.B. Znalezienie zdania kategorycznego, pozostającego w określonym w treści zadania stosunku zakresowym z podanym zdaniem, oparte jest na znajomości zakresowych określeń relacji, zachodzących pomiędzy zdaniami kategorycznymi w kwadracie logicznym. Określenia te zostały wcześniej podane. Przykładowo, w zadaniu drugim zdaniem sprzecznym ze zdaniem *Każdy sędzia*

jest nieomylny, z uwagi na fakt, że jest to zdanie ogólno-twierdzące, będzie zdanie szczegółowo-przeczące *Niektórzy sędziowie nie są nieomylni*.

Należy podkreślić, że w przypadku zadań, dla których rozwiązania dokonać musimy obydwu czynności, zawsze najpierw przekształcamy zdanie kategoryczne z dodatkiem „tylko”, a dopiero potem znajdujemy zdanie będące w podanym w treści zadania stosunku zakresowym. Na przykład rozwiązując zadanie trzecie, najpierw przekształcamy zdanie *Tylko nie-prokuratorzy nie są prawnikami* na zdanie *Każdy prokurator jest prawnikiem*, a następnie znajdujemy zdanie pozostające w stosunku przeciwieństwa do tego ostatniego zdania, którym jest zdanie: *Żaden prokurator nie jest prawnikiem*.

Ad. 2. Symboliczny zapis zdania, którego wartość logiczna stanowić ma przesłankę wnioskowania z kwadratu logicznego, polega na zastąpieniu nazw stanowiących podmiot i orzecznik tego zdania przez zmienne nazwowe oraz opiera się na użyciu odpowiedniego symbolu zdania kategorycznego (a, e, i, o). Wskazany jest taki dobór zmiennych nazwowych, który ułatwi późniejsze sformułowanie odpowiedzi w odniesieniu do zdań kategorycznych wyrażonych w języku naturalnym. Na przykład w zadaniu pierwszym zdanie *Każdy adwokat jest prawnikiem* najprościej zapisać jako AaP. W zadaniu drugim zdanie *Niektórzy sędziowie nie są nieomylni* zapisujemy z kolei w formie SoN. Natomiast w zadaniu trzecim, z uwagi na podobieństwo początków nazw stanowiących podmiot i orzecznik zdania *Żaden prokurator nie jest prawnikiem*, już tak postąpić nie możemy, zatem zapisujemy je np. jako XeY, gdzie zmienna X odpowiada nazwie *prokurator*, zaś zmienna Y nazwie *pawnik*.

Ad. 3.A. Przeprowadzenie właściwego wnioskowania z kwadratu logicznego rozpoczynamy od zapisania relacji, w których pozostaje zdanie, którego wartość logiczna stanowić ma przesłankę wnioskowania, z pozostałymi zdaniami kategorycznymi, występującymi w kwadracie. Poza wyjątkiem mającym miejsce w przypadku, gdy wnioskujemy z podanej wartości logicznej koniunkcji zdań SiP i SoP, zawsze musimy zapisać trzy odpowiednie relacje. Sposób zapisu omówimy na przykładach rozwiązywanych przez nas zadań.

W zadaniu pierwszym zdanie, którego prawdziwość stanowić ma przesłankę wnioskowania, ma postać AaP. Zapisujemy więc trzy odpowiednie relacje, w których pozostaje to zdanie ogólno-twierdzące z pozostałymi zdaniami kwadratu logicznego;

AaP → AiP AaP ⊥ AoP AaP / AeP

W zadaniu drugim mamy do czynienia ze zdaniem SoN. Zapisujemy więc relacje, w których pozostaje to zdanie szczegółowo-przeczące:

SeN → SoN SoN ⊥ SaN SoN ∨ SiN

W zadaniu trzecim mamy do czynienia ze zdaniem ogólnoprzeczącym XeY . Zapis relacji, w których pozostaje to zdanie, jest następujący:

$$XeY \rightarrow XoY$$

$$XeY \perp XiY$$

$$XeY / XaY$$

Ad. 3.B. Następnym krokiem jest wywnioskowanie wartości logicznych pozostałych zdań kategorycznych. Korzystamy przy tym z ustalonych relacji (o których wiemy, że muszą być prawdziwe) oraz z podanej wartości logicznej zdania, stanowiącej przesłankę wnioskowania. Wnioskowanie to jest więc tożsame z jednym z typów wnioskowania, wykorzystywanymi przy sprawdzaniu wyrażer metodą zerojedynkową skróconą (por. wyżej, rozdz. II – i, pkt 3.b).

W zadaniu pierwszym przesłanką wnioskowania jest prawdziwość zdania AaP. Wnioskujemy więc następująco (wartości napisane kursywą stanowią wnioski naszego wnioskowania):

$$\begin{array}{ccc} AaP & \rightarrow & AiP \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} AaP & \perp & AoP \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} AaP & / & AeP \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Ustaliliśmy więc, że zdanie AiP jest prawdziwe, zaś zdania AoP i AeP są fałszywe.

W zadaniu drugim przesłanką wnioskowania jest prawdziwość zdania SoN:

$$\begin{array}{ccc} SeN & \rightarrow & SoN \\ ? & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} SoN & \perp & SaN \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} SoN & \vee & SiN \\ 1 & 1 & ? \end{array}$$

Jak widać, w przypadku tego zadania, jedynym wnioskiem jest ustalenie, że zdanie SaN jest fałszywe, ponieważ wartości logicznej zdań SeN i SiN nie jesteśmy w stanie jednoznacznie określić.

W zadaniu trzecim przesłanką wnioskowania jest fałszywość zdania XeY:

$$\begin{array}{ccc} XeY & \rightarrow & XoY \\ 0 & 1 & ? \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} XeY & \perp & XiY \\ 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} XeY & / & XaY \\ 0 & 1 & ? \end{array}$$

Zatem, w przypadku tego zadania dochodzimy także tylko do jednego wniosku, stanowiącego że zdanie XiY jest prawdziwe. Wartości logicznej zdań XoY oraz XaY nie jesteśmy bowiem w stanie jednoznacznie określić.

Warto w tym miejscu zapamiętać, że jesteśmy w stanie wywnioskować wartości logiczne wszystkich zdań kwadratu logicznego tylko w dwóch przypadkach: gdy przesłanką naszego wnioskowania jest prawdziwość zdania ogólnego lub fałszywość zdania szczegółowego. W pozostałych dwóch przypadkach (tj. gdy wnioskujemy z fałszywości zdania ogólnego lub prawdziwości zdania szczegółowego) jednoznacznie możemy wywnioskować jedynie wartość logiczną zdania sprzecznego z danym zdaniem.

Ad. 4. Sformułowanie odpowiedzi polega na podaniu wywnioskowanych wartości zdań kategorycznych tworzących dany kwadrat logiczny. Zdania te powinny być sformułowane w języku naturalnym.

W zadaniu pierwszym wywnioskowaliśmy, że zdanie *Niektórzy adwokaci są prawnikami* jest prawdziwe, natomiast zdania *Żaden adwokat nie jest prawnikiem* i *Niektórzy adwokaci nie są prawnikami* są fałszywe.

W zadaniu drugim odpowiadamy, że zdanie *Każdy sędzia jest nieomylny* jest fałszywe, wartości logicznej zdań *Żaden sędzia nie jest nieomylny* i *Niektórzy sędziowie są nieomylni* nie jesteśmy zaś w stanie jednoznacznie określić.

W zadaniu trzecim natomiast wywnioskowaliśmy, że zdanie *Niektórzy prokuratorzy są prawnikami* jest zdaniem prawdziwym, a wartości logicznej zdań *Każdy prokurator jest prawnikiem* i *Niektórzy prokuratorzy nie są prawnikami* nie sposób jednoznacznie określić.

Należy w tym miejscu podkreślić, że dużym błędem jest podawanie w odpowiedzi, jako jednego z wniosków, wartości logicznej zdania kategorycznego stanowiącej przesłankę danego wnioskowania. W zadaniu pierwszym nie odpowiadamy więc, że zdanie *Każdy adwokat jest prawnikiem* jest prawdziwe, bo stanowiło to przesłankę, a nie wniosek przeprowadzonego wnioskowania z kwadratu logicznego, itd.

Przed podaniem zadań do samodzielnego rozwiązania pozostaje do omówienia kwestia sposobu rozwiązywania zadań, w których treści mamy do czynienia ze zdaniami typu *tylko niektóre S są P* lub *tylko niektóre S nie są P*. W zadaniach tych właściwe wnioskowanie z kwadratu logicznego charakteryzuje się pewną odrębnością z uwagi na fakt, że zdania te przekształcamy w koniunkcję dwóch zdań szczegółowych. Sposób rozwiązywania tego typu zadań przedstawimy na przykładach. Zaczynamy od zadania prostszego, w którym dana wartość zdania kategorycznego tego typu wynosi 1.

Zadanie IV. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie *Tylko niektórzy prawnicy są sędziami*.

Rozwiązanie rozpoczynamy od przekształcenia tego zdania w koniunkcję odpowiednich szczegółowych zdań kategorycznych, stosownie do podanego w pkt 1 wzoru:

Tylko niektórzy prawnicy są sędziami = *Niektórzy prawnicy są sędziami* i *Niektórzy prawnicy nie są sędziami*.

Następnie zapisujemy tę koniunkcję w sposób symboliczny:

$$PiS \wedge PoS$$

Aby móc przystąpić do wnioskowania z kwadratu logicznego, musimy teraz ustalić wartości logiczne zdań będących argumentami tej koniunkcji. Ponieważ w treści zadania podane jest, że mamy przyjąć jej prawdziwość, w oparciu o znajomość tabelki koniunkcji wnioskujemy więc, że aby koniunkcja zdań PiS i PoS była rzeczywiście prawdziwa, to zarówno zdanie PiS , jak zdanie PoS muszą być prawdziwe:

$$\begin{array}{ccc} PiS & \wedge & PoS \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Zatem dalsze wnioskowanie z kwadratu logicznego przeprowadzamy w oparciu o dwie przesłanki, wiemy już bowiem, że tak zdanie PiS , jak PoS są prawdziwe. Zapisujemy więc tylko dwie relacje, pozwalające jednoznacznie wywnioskować wartości zdań ogólnych:

$$\begin{array}{ccc} PiS & \perp & PeS \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} PoS & \perp & PaS \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

W oparciu o przeprowadzone wnioskowanie ustaliliśmy, że zdania PeS i PaS są fałszywe. Tak więc odpowiadamy, że z kwadratu logicznego wywnioskowaliśmy, że fałszywe są zdania: *Każdy prawnik jest sędzią* i *Żaden prawnik nie jest sędzią*.

Rozwiążemy obecnie zadanie nieco trudniejsze, w którym podana wartość logiczna zdania typu *tylko niektóre S (nie) są P* wynosi 0.

Zadanie V. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie *Tylko niektórzy recydywiści są przestępcami*.

Rozwiązanie rozpoczynamy od przekształcenia tego zdania w koniunkcję odpowiednich szczegółowych zdań kategorycznych, stosownie do podanego w pkt 1 wzoru:

Tylko niektórzy recydywiści są przestępcami = *Niektórzy recydywiści są przestępcami* i *Niektórzy recydywiści nie są przestępcami*.

Zapisujemy tak ustaloną koniunkcję w sposób symboliczny:

$$RiP \wedge RoP$$

Aby móc przystąpić do wnioskowania z kwadratu logicznego, musimy teraz ustalić wartości logiczne zdań będących argumentami tej koniunkcji. Ponieważ w treści zadania podano, że mamy przyjąć jej fałszywość, to z tabelki koniunkcji wiemy, że będzie ona fałszywa w trzech przypadkach:

	RiP	$\wedge$	RoP
		0	
wariant pierwszy:	1		0
wariant drugi:	0		1
wariant trzeci:	0		0

Zanim przystąpimy do wnioskowania z kwadratu logicznego, eliminujemy najpierw wariant trzeci, ponieważ wiemy, że w kwadracie logicznym zdania szczegółowe są w relacji podprzeciwieństwa ($SiP \vee SoP$), zatem nie może tak być, aby były one jednocześnie fałszywe. Tak więc, pozostaje nam do przeprowadzenia wnioskowanie z kwadratu logicznego w dwóch wariantach.

W wariantcie pierwszym zdanie RiP ma wartość logiczną 1, a zdanie RoP wartość logiczną 0:

$$\begin{array}{ccc} RiP & \perp & ReP \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} RoP & \perp & RaP \\ 0 & 1 & 1 \end{array}$$

W wariantcie tym ustaliliśmy więc, że zdanie ReP ma wartość 0, a zdanie RaP ma wartość 1.

W drugim wariancie zdanie RiP jest fałszywe, a zdanie RoP prawdziwe:

RiP	⊥	ReP
0	1	1

RoP	⊥	RaP
1	1	0

W wariancie tym ustaliliśmy więc, że zdanie ReP ma wartość 1, zaś zdanie RaP ma wartość 0.

Pozostaje wyciągnąć wnioski z przeprowadzonych wnioskowań i sformułować odpowiedź. Zauważmy, że z uwagi na dwuwariantowość przeprowadzonego wnioskowania nie udało nam się jednoznacznie ustalić wartości zdań ogólnych RaP i ReP. Ustaliliśmy bowiem jedynie, że albo zdanie RaP jest prawdziwe i zdanie ReP jest fałszywe (wariant pierwszy), albo zdanie RaP jest fałszywe, a zdanie ReP prawdziwe (wariant drugi). Ustalenie to ma więc jednak pewną wartość, bo dzięki przeprowadzonym wnioskowaniom wyeliminowaliśmy ewentualność, że obydwa zdania ogólne są fałszywe. Odpowiadamy więc, ujmując wniosek w skrótovej formie, że z kwadratu logicznego wywnioskowaliśmy, że albo zdanie *Każdy recydywista jest przestępcą* ma wartość logiczną 1, albo zdanie *Żaden recydywista nie jest przestępcą* ma wartość logiczną 1. Jak widać, w odpowiedzi tej możemy pominąć oczywiste fakty, że jeżeli zdanie *Każdy recydywista jest przestępcą* jest prawdziwe, to zdanie *Żaden recydywista nie jest przestępcą* jest fałszywe, oraz że jeżeli to drugie zdanie jest prawdziwe, to zdanie pierwsze jest fałszywe. Wynika to bowiem wprost z relacji przeciwieństwa, która zachodzi pomiędzy zdaniami ogólnymi kwadratu logicznego.

D. Literatura

- W. Wolter, M. Lipczyńska, *ELEMENTY LOGIKI* (wykład dla prawników), rozdz. XIII („Zdania kategoryczne, wnioskowanie z opozycji („kwadratu logicznego”). Przekształcanie zdań kategorycznych”), pkt 1 – 6.
- Z. Ziemiński, *LOGIKA PRAKTYCZNA*, rozdz. XIV („Wnioskowanie dedukcyjne i jego podstawy logiczne”), §11 („Związki kwadratu logicznego”).
- T. Czeżowski, *LOGIKA*, (Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1949), część IV („Teoria orzeczników”), rozdz. III („Logika klasyczna”), pkt 1 („Opozycja zdań”), s. 115 – 117.
- J. Gregorowicz, *ZARYS LOGIKI DLA PRAWNIKÓW* (Grand Gamma, Łódź 1995), rozdz. IX („Kwadrat logiczny – opozycja zdań”), s. 90 – 96.
- T. Kotarbiński, *ELEMENTY TEORII POZNANIA, LOGIKI FORMALNEJ I METODOLOGII NAUK*, wyd. II przejrane, (Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1961), rozdz. II („O zależnościach logicznych między zdaniami, zależnych od struktury tych zdań, a traktowanych w nauce o wnioskowaniu bezpośrednim i sylogizmie kategorycznym”), §8 („Nauka o wnioskowaniu bezpośrednim”), s. 213 – 217.

E. Zadania

Zadania posiadają jednakową treść: „Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że ...”.

1. prawdziwe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Żaden złodziej nie jest brutalny*.
2. prawdziwe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Niektóre zbrodnie są występkami*.
3. fałszywe jest zdanie przeciwne zdaniu *Żadna umowa cywilnoprawna nie jest ważna*.
4. fałszywe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Każda ustawa jest uchwalana przez Sejm*.
5. prawdziwe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Tylko recydywiści są włamywaczami*.
6. fałszywe jest zdanie przeciwne zdaniu *Tylko posłowie nie są ministrami*.
7. prawdziwe jest zdanie podrzędne do zdania *Tylko kradzieże są występkami*.
8. fałszywe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Żaden bigamista nie jest kawalerem*.
9. prawdziwe jest zdanie *Tylko niektóre przedsiębiorstwa są spółkami akcyjnymi*.
10. prawdziwe jest zdanie przeciwne zdaniu *Tylko szpiegzy są patriotami*.
11. prawdziwe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Tylko niepełnoletni nie są senatorami*.
12. fałszywe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem *Tylko tautologie są prawami logiki*.
13. prawdziwe jest zdanie *Tylko niektóre przestępstwa są ścigane z urzędu*.
- 14*. fałszywe jest zdanie *Tylko niektóre choroby zakaźne są zaraźliwe*.
- 15*. fałszywe jest zdanie *Tylko niektóre spadki nie są opodatkowane*.

V. Przekształcanie zdań kategorycznych

A. Treść zadań

Dokonanie odpowiedniego przekształcenia podanego zdania kategorycznego.

B. Sposób rozwiązywania zadań

- ustalenie zdania kategorycznego, którego przekształcenia należy dokonać:
 - (ewentualne) zastąpienie podanego w treści zadania zdania kategorycznego z dodatkiem „tylko” przez tzw. klasyczne zdanie kategoryczne,
 - (ewentualne) znalezienie zdania kategorycznego, pozostającego w określonym w treści zadania stosunku zakresowym z podanym lub uprzednio przekształconym w pkt A zdaniem,
- symboliczny zapis zdania, które ma zostać przekształcone,
- dokonanie podanego w treści zadania przekształcenia zdania kategorycznego,
- sformułowanie odpowiedzi poprzez wyrażenie w języku naturalnym zdania będącego efektem dokonanego przekształcenia.

C. Komentarz

Ad. 1. Sposób ustalenia zdania kategorycznego, którego przekształcenia należy dokonać, jest taki sam jak w zadaniach dotyczących wnioskowania z kwadratu logicznego (por. rozdz. IV, pkt 1.A – 1.B). Przypomnijmy więc jedynie, że w trakcie rozwiązywania najpierw należy zastąpić podane w treści zadania zdanie kategoryczne z dodatkiem „tylko” przez tzw. klasyczne zdanie kategoryczne.

Zastąpienia tego dokonujemy w oparciu o podane wcześniej wzory:

Zdanie o postaci:	Przekształcamy na zdanie:
<i>Tylko S są P</i>	<i>Każde P jest S (PaS)</i>
<i>Tylko S nie są P</i>	<i>Każde S' jest P (S'aP)</i>

Zauważmy, że w zadaniach polegających na przekształcaniu zdań kategorycznych nie korzystamy ze wzoru na zamianę zdań typu *Tylko niektóre S są P* i *Tylko niektóre S nie są P*, ponieważ zdania te są zastępowane przez koniunkcję dwóch zdań szczegółowych, której dalej przekształcić się nie da.

Przypomnijmy ponadto, że o ile w treści zadania znajdujemy polecenie przekształcenia zdania kategorycznego pozostającego w określonym stosunku zakresowym z danym zdaniem, to identyfikujemy to zdanie w oparciu o następującą charakterystykę relacji zachodzących pomiędzy zdaniami kategorycznymi:

Rodzaje zdań:	Nazwa relacji łączących te zdania:
<i>zdania ogólne</i>	<i>przeciwieństwo</i>
<i>zdania szczegółowe</i>	<i>podprzeciwieństwo</i>
<i>zdania ogólne i odpowiadające im jakością zdania szczegółowe</i>	<i>podporządkowanie</i>
<i>zdania ogólne i nie odpowiadające im jakością zdania szczegółowe</i>	<i>sprzeczność</i>

Ad. 2. Symbolicznego zapisu zdania, które zamierzamy przekształcić, dokonujemy w sposób omówiony w rozdz. IV, pkt 2. Dodatkowo należy zauważyć, że w zapisie tym należy korzystać z symbolu negacji nazwy ('), w sytuacji gdy podmiotem lub orzecznikiem zdania kategorycznego podlegającego przekształceniu jest negacja nazwy. Taki zapis ułatwi nam nie tylko rozwiązanie zadania (gdyż w trakcie przekształcania tego zdania będziemy mogli skorzystać z prawa podwójnej negacji), lecz także poprawne sformułowanie odpowiedzi w języku naturalnym.

Ad. 3. Aby dokonać podanego w treści zadania przekształcenia zdania kategorycznego, konieczna jest znajomość sposobów, w które dokonujemy obwersji oraz konwersji zdań kategorycznych, a także znajomość wzorów dla poszczególnych, bardziej złożonych przekształceń.

Sposób dokonywania obwersji pokazuje poniższa tabelka:

Zdanie:	XaY	XeY	XiY	XoY
Obwersja:	XeY'	XaY'	XoY'	XiY'

Jak widać, obwersja zdania kategorycznego polega na zmianie jego jakości i zanegowaniu orzecznika.

Konwersja zdań kategorycznych przedstawia się następująco:

Zdanie:	XaY	XeY	XiY	XoY
Konwersja:	YiX	YeX	YiX	brak

Podamy teraz wzory dla poszczególnych przekształceń zdań kategorycznych. We wzorach tych litera „o” symbolizuje obwersję, zaś litera „k” konwersję zdania kategorycznego.

Kontrapozycja częściowa (zdania typów: a, e, o): $o + k$

Kontrapozycja zupełna (zdania typów: a, e, o): $o + k + o$

Inwersja zupełna (zdanie typu a): $o + k + o + k$

Inwersja częściowa (zdanie typu a): $o + k + o + k + o$

Inwersja częściowa (zdanie typu e): $k + o + k$

Inwersja zupełna (zdanie typu e): $k + o + k + o$

Wzory te pokazują, jakich operacji należy dokonać, aby uzyskać zdanie będące zadaniem przekształceniem zdania kategorycznego. Tak więc na przykład, gdy chcemy uzyskać kontrapozycję zupełną zdania, to najpierw musimy dokonać jego obwersji, potem to zobwertowane zdanie skonwertować i potem dokonać ponownej obwersji. Sposób dokonywania tych czynności zostanie dalej szczegółowo pokazany na przykładach rozwiązywania zadań. W tym miejscu należy jeszcze dodać, że nie istnieje kontrapozycja (ani częściowa, ani zupełna) zdań typu i, a także, że nie istnieją inwersje zdań szczegółowych. Zauważmy ponadto, że w trakcie dokonywania poszczególnych przekształceń należy korzystać z prawa podwójnego przeczenia, „skracając” podwójne zaprzeczenie danej nazwy, mogące powstać w wyniku kolejnych obwersji.

Ad. 4. Sformułowanie odpowiedzi polega na wyrażeniu w języku naturalnym zdania będącego efektem dokonanego przekształcenia. Jedyną czynnością jest tu więc zastąpienie przyjętych wcześniej symboli przez odpowiednie nazwy. W przypadku, gdy w odpowiedzi wystąpi nazwa zanegowana, wyrażamy ją w języku naturalnym poprzez dodanie partykuły *nie* – przed daną nazwą (np. piszemy *nie-prokurator, nie-adwokat*, itd.).

Zanim przedstawimy zadania do samodzielnego rozwiązania, popatrzmy na rozwiązania kilku zadań.

Zadanie 1. Dokonaj kontrapozycji zupełnej zdania sprzecznego ze zdaniem *Każdy funkcjonariusz publiczny jest policjantem*.

Rozwiązanie:

- zdanie podane w treści zadania jest zdaniem ogólno-twierdzącym, zatem zdaniem z nim sprzecznym jest zdanie szczegółowo-przeczące, które brzmi: *Niektórzy funkcjonariusze publiczni nie są policjantami*.
- zdanie to zapisujemy symbolicznie jako FoP, gdzie F symbolizuje nazwę *funkcjonariusz publiczny*, zaś P symbolizuje nazwę *policjant*.
- sporządzamy schemat potrzebny do dokonania kontrapozycji zupełnej tego zdania, uwzględniając fakt, że stosownie do podanego wcześniej wzoru ($o + k + o$) musimy na tym zdaniu dokonać obwersji, potem otrzymane w wyniku obwersji zdanie należy skonwertować i w końcu – to ostatnie zdanie należy ponownie zobwertować:

FoP
o k o

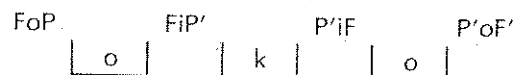
Przekształcanie rozpoczynamy od dokonania obwersji zdania FoP. W tym celu, stosownie do podanego wcześniej wzoru, zmieniamy jakość zdania kategorycznego i negujemy jego orzecznik:

FoP FiP'
o k o

Teraz musimy skonwertować zdanie FiP'. Stosownie do podanego wzoru otrzymujemy zdanie P'iF, które wpisujemy w odpowiednie miejsce:

FoP FiP' P'iF
o k o

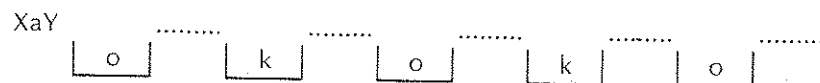
Ostatnią czynnością jest dokonanie obwersji zdania P'iF:



W ten sposób ustaliliśmy, że poszukiwana kontrapozycja zupełna zdania FoP ma postać P'oF' . Aby udzielić odpowiedzi, pozostaje sformułować to zdanie w języku naturalnym. Ponieważ P' to tyle co *nie-policjant*, F' zaś to *nie-funkcjonariusz publiczny*, poszukiwaną kontrapozycję stanowi zdanie: *Niektórzy nie-policjanci nie są nie-funkcjonariuszami publicznymi*.

Zadanie II. Przeprowadź inwersję częściową zdania *Tylko nie-postowie nie są politykami*.

- zdanie to jest zdaniem kategoriycznym z dodatkiem „tylko”. Dlatego też przed przystąpieniem do dokonania inwersji częściowej tego zdania musimy je zastąpić przez tzw. klasyczne zdanie kategoriiczne. Stosownie do wcześniej podanych wzorów zdanie typu *Tylko S nie są P* przekształcamy na zdanie S'aP . Stosując prawo podwójnego zaprzeczenia w stosunku do nazwy *nie-posel* otrzymujemy więc zdanie: *Każdy posel jest politykiem*.
- następnie zapisujemy to zdanie w formie symbolicznej jako XaY , gdzie X symbolizuje nazwę *posel*, zaś Y nazwę *polityk*.
- sporządzamy schemat operacji potrzebnych do dokonania inwersji częściowej tego zdania. Przypomnijmy, że wzór dla inwersji częściowej zdania ogólnotwierdzącego ma postać $\text{o} + \text{k} + \text{o} + \text{k} + \text{o}$. Stosownie do tego wzoru należy dokonać pięciu operacji, które pokazuje poniższy schemat:



Przekształcanie rozpoczynamy od zobwertowania zdania XaY :



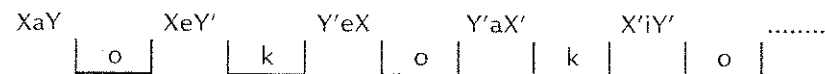
Następnie konwertujemy zdanie XeY' :



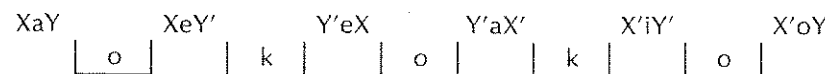
Teraz obwertujemy zdanie Y'eX :



Dokonujemy konwersji zdania Y'aX' :



Ostatnią operacją jest obwersja zdania X'iY' . W jej wyniku otrzymujemy zdanie X'oY'' . Korzystając z prawa podwójnego przeczenia dostajemy X'oY :



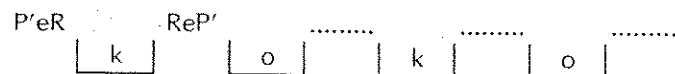
Ustaliliśmy, że inwersja częściowa zdania XaY ma postać X'oY . W celu podania pełnej odpowiedzi pozostaje wyrazić to zdanie w języku naturalnym. Ponieważ X symbolizuje nazwę *posel*, Y zaś – nazwę *polityk*, zdanie to brzmi: *Niektórzy nie-postowie nie są politykami*.

Zadanie III. Przeprowadź inwersję zupełną zdania przeciwnego zdaniu *Tylko recydywiści są nie-przestępcami*.

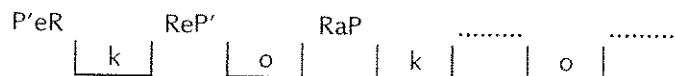
- zdanie podane w treści zadania jest zdaniem kategoriicznym z dodatkiem „tylko”. A więc musimy najpierw je odpowiednio przekształcić na klasyczne zdanie kategoriiczne. Ponieważ jest to zdanie typu *tylko S są P*, więc przekształcamy je na zdanie PaS . Otrzymujemy więc zdanie: *Każdy nie-przestępca jest recydywistą*.
- kolejnym krokiem jest sformułowanie zdania przeciwnego temu zdaniu. Ponieważ zdanie *Każdy nie-przestępca jest recydywistą* jest zdaniem ogólnotwierdzącym, zatem zdaniem mu przeciwnym jest zdanie ogólnoprzeczające: *Żaden nie-przestępca nie jest recydywistą*. Zdanie to zapiszemy symbolicznie jako P'eR .
- sporządzamy schemat operacji koniecznych dla dokonania inwersji zupełnej tego zdania. Ponieważ jest to zdanie typu e , odpowiedni wzór ma postać $\text{k} + \text{o} + \text{k} + \text{o}$:



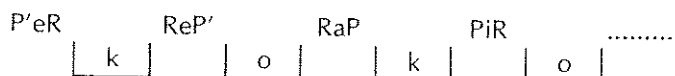
Przekształcanie zaczynamy od skonwertowania zdania P'eR:



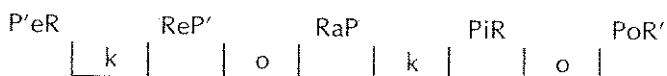
Następnie obwertujemy zdanie ReP', otrzymując zdanie RaP'', w którym stosując prawo podwójnego zaprzeczenia „skraccamy” podwójną negację nazwy P:



Teraz konwertujemy zdanie RaP:



Pozostaje zobwertować zdanie PiR:



Inwersja zupełna zdania P'eR ma więc postać PoR'. Pozostaje wyrazić to zdanie w języku naturalnym: *Niektórzy przestępcy nie są nie-recydywistami*.

D. Literatura

- W. Wolter, M. Lipczyńska, *ELEMENTY LOGIKI* (wykład dla prawników), rozdz. XIII („Zdania kategoryczne, wnioskowanie z opozycji („kwadratu logicznego”). Przekształcanie zdań kategorycznych”), pkt 7 – 12.
- Z. Ziemiński, *LOGIKA PRAKTYCZNA*, rozdz. XIV („Wnioskowanie dedukcyjne i jego podstawy logiczne”), §12 („Konwersja, obwersja, kontrapozycja”).
- J. Gregorowicz, *ZARYS LOGIKI DLA PRAWNIKÓW* (Grand Gamma, Łódź 1995), rozdz. VIII („Wnioskowanie bezpośrednie, konwersje i obwersje zdań kategorycznych”), s. 84 – 89.
- T. Kotarbiński, *ELEMENTY TEORII POZNANIA, LOGIKI FORMALNEJ I METODOLOGII NAUK*, wyd. II przejrane, (Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1961), rozdz. II („O zależnościach logicznych między zdaniami, zależnych od struktury tych zdań, a traktowanych w nauce o wnioskowaniu bezpośrednim i sylogizmie kategorycznym”), §8 („Nauka o wnioskowaniu bezpośrednim”), s. 213 – 217.

E. Zadania

- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania *Niektórzy ubezwłasnowolnieni nie są niepełnoletni*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Niektórzy przestępcy są uczciwi*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Niektórzy adwokaci nie są prawnikami*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Żaden mężczyzna nie jest kawalerem*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Każdy polityk jest skorumpowany*.
- Przeprowadź inwersję częściową zdania przeciwnego do zdania *Tylko pełnomocnicy procesowi są ubezwłasnowolnieni*.
- Przeprowadź inwersję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Niektórzy radni nie są członkami ugrupowań politycznych*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Tylko sędziowie nie są nieprzekupni*.
- Przeprowadź inwersję zupełną zdania przeciwnego do zdania *Każdy aplikant sądowy jest nieletni*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem *Tylko nie-występki są kradzieżami*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania przeciwnego do zdania *Tylko posłowie są osobami pozbawionymi praw publicznych*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania podprzeciwnego do zdania *Niektóre przepisy prawa są przepisami odsyłającymi*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania przeciwnego do zdania *Tylko pełnoletni nie są senatorami*.
- Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania przeciwnego do zdania *Żaden adwokat nie jest prawnikiem*.

VI. Sylogizm kategoryczny

A. Treść zadań

- (A) – ustalenie brakującej przesłanki entymematu.
(B) – wyprowadzenie wniosku z określonego układu podanych przesłanek.

B. Sposób rozwiązywania zadań typu „A”

1. zidentyfikowanie przesłanki i wniosku podanego entymematu,
2. ewentualne zastąpienie zdań kategorycznych z dodatkiem „tylko”, stanowiących przesłankę lub wniosek, przez tzw. klasyczne zdania kategoryczne,
3. symboliczny zapis entymematu,
4. sprawdzenie, czy nie zachodzi tzw. błąd czterech terminów,
5. symboliczny zapis ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek,
6. wyeliminowanie przesłanek niewłaściwych w oparciu o dyrektywy poprawności sylogizmu,
7. sformułowanie odpowiedzi:
 - A) zapis symboliczny pełnej postaci sylogizmu,
 - B) wyrażenie w języku naturalnym brakującej przesłanki (brakujących przesłanek).

C. Komentarz (do zadań typu „A”)

Komentarz rozpoczniemy od podania kilku wiadomości natury ogólnej.

Sylogizmem kategorycznym, będącym jednym ze sposobów wnioskowania pośredniego, nazywamy taki układ trzech zdań kategorycznych, z których dwa stanowią przesłanki sylogizmu, zaś trzecie jego wniosek. W zdaniach tych występują trzy nazwy (tradycyjnie zwane **terminami**), w ten sposób, że jedna nazwa (zwana **terminem średnim**) występuje w obydwu przesłankach, ale nie we

wniosku, druga nazwa (zwana **terminem większym**) występuje w jednej z przesłanek i stanowi orzecznik zdania kategorycznego, będącego wnioskiem sylogizmu, natomiast trzecia nazwa (zwana **terminem mniejszym**) występuje także w jednej przesłance oraz stanowi podmiot zdania kategorycznego, stanowiącego wniosek sylogizmu.

Przesłanką większą sylogizmu zwiemy przesłankę, w której występuje termin większy sylogizmu. **Przesłanką mniejszą** sylogizmu jest przesłanka zawierająca termin mniejszy sylogizmu.

Przyjętym sposobem zapisu sylogizmu jest umieszczanie symbolicznego zapisu obydwu zdań kategorycznych będących przesłankami sylogizmu w układzie piętrowym nad kreską, natomiast symbolicznego zapisu zdania kategorycznego stanowiącego wniosek – pod kreską, co pokazują poniższe przykłady:

	PaM	–	(przesłanka większa, bo P jest tu terminem większym)
(1)	MeS	–	(przesłanka mniejsza, bo S jest tu terminem mniejszym)
	SoP	–	(wniosek)
	XiY	–	(przesłanka mniejsza, bo Y jest tu terminem mniejszym)
(2)	XeZ	–	(przesłanka większa, bo Z jest tu terminem większym)
	YoZ	–	(wniosek)

Zasady wnioskowania sylogistycznego na zdaniach kategorycznych opierają się na dyrektywach poprawności sylogizmu. Znajomość tych dyrektyw pozwala ustalić, czy dany sylogizm jest poprawny, uzupełnić brakującą przesłankę sylogizmu lub też ustalić jego wniosek. Dla potrzeb rozwiązywania zadań przedstawionych w tym rozdziale właściwe jest następujące uszeregowanie dyrektyw poprawności sylogizmu.

Dyrektywa wstępna: „niechaj nie będzie czwartego terminu”. Zatem, jeżeli w sylogizmie wystąpią dwa terminy średnie, mniejsze lub większe, to mamy do czynienia z „błędem czterech terminów” (*quaternio terminorum*). Błąd ten polegać może wprost na przyjęciu czterech różnych terminów, na przyjęciu któregoś terminu (będącego nazwą wieloznaczną) w różnych znaczeniach lub też na użyciu wprawdzie tej samej nazwy, lecz w różnych supozycjach (np. materialnej i formalnej). Dyrektywę tę określiliśmy jako wstępną, ponieważ w przypadku jej naruszenia z góry należy przyjąć, że nie można dobrać brakującej przesłanki entymematu (w zad. typu „A”), czy też wyprowadzić wniosku z podanych przesłanek (w zad. typu „B”). Ponadto, w trakcie rozwiązywania zadań, spełnienie tej dyrektywy stanowi podstawę przyjęcia list teoretycznie możliwych brakujących przesłanek („A”) lub teoretycznie możliwych wniosków („B”).

Kolejne trzy dyrektywy dotyczą przesłanek sylogizmu:

Dyrektywa pierwsza: „termin średni powinien być przynajmniej w jednej z przesłanek wzięty w całym zakresie («rozłożony»)»”.

Dyrektywa druga: „przynajmniej jedna przesłanka powinna być twierdząca”.

Dyrektywa trzecia: „przynajmniej jedna przesłanka powinna być ogólna”.

Następne trzy dyrektywy dotyczą wniosku (konkluzji) sylogizmu:

Dyrektywa czwarta: „wniosek zawsze i tylko wtedy jest przeczący, gdy jedna przesłanka jest przecząca”.

Dyrektywa piąta: „jeżeli jedna przesłanka jest szczegółowa, to wniosek jest szczegółowy, jeżeli zaś wniosek jest ogólny, to obie przesłanki muszą być ogólne”.

Dyrektywa szósta: „jeżeli termin jest «rozłożony» we wniosku, to musi on być «rozłożony» także w przesłance”.

Ostatnia dyrektywa dotyczy wyłącznie uzupełniania entymematów (czyli zadań typu „A”):

Dyrektywa siódma: „jeżeli brakującą przesłanką może być zdanie szczegółowe lub ogólne, to należy wybrać zdanie szczegółowe”.

Sposoby wnioskowania w oparciu o przedstawione dyrektywy zostaną szczegółowo przedstawione dalej w *Komentarzu*. W tym miejscu wyjaśnimy jedynie, że termin jest wzięty w całym zakresie («rozłożony») zawsze i tylko wtedy, gdy jest podmiotem zdania ogólnego lub orzecznikiem zdania przeczącego. Zatem terminem „rozłożonym” jest termin symbolizowany przez X w poniższych zdaniach kategorycznych:

Xa... , Xe... , ...eX, ...oX

Przechodzimy obecnie do skomentowania poszczególnych etapów rozwiązywania zadań polegających na ustaleniu brakującej przesłanki entymematu (zadania typu „A”).

Ad. 1. Zidentyfikowanie przesłanki i wniosku w podanym entymemacie opieramy na interpretacji spójników międzyzdaniowych łączących podane w treści zadania dwa zdania kategoryczne. Możliwości są tutaj dwie: albo pierwsze zdanie jest przesłanką, a drugie wnioskiem sylogizmu, który mamy uzupełnić, albo odwrotnie – zdanie pierwsze jest wnioskiem, a drugie przesłanką.

Z sytuacją pierwszą (przesłanka – spójnik – wniosek) mamy do czynienia wtedy, gdy spójnikiem łączącym dane zdania kategoryczne jest spójnik wskazujący na wynikanie (uzasadnianie) zdania drugiego ze zdania pierwszego, np. *zatem, a więc, dlatego też*, itp.

Z sytuacją przeciwną (wniosek – spójnik – przesłanka) mamy do czynienia wtedy, gdy spójnik wskazuje na wynikanie (uzasadnianie) zdania pierwszego ze zdania drugiego, np. *bo, gdyż, albowiem, ponieważ*, itp.

Ad. 2. Zarówno zidentyfikowana przesłanka, jak i wniosek mogą nie być klasycznymi zdaniami kategorycznymi, lecz zdaniami kategorycznymi z dodatkiem „tylko”. W takim przypadku dokonujemy więc przekształceń, zastępując zdanie kategoryczne z dodatkiem „tylko” przez klasyczne zdanie kategoryczne, w sposób opisany w rozdz. IV, pkt 1.A oraz w rozdz. V, pkt 1.A – B. W tym miejscu poprzestaniemy więc na przypomnieniu odpowiednich wzorów tego przekształcania:

Zdanie o postaci:	Przekształcamy na zdanie:
<i>Tylko S są P</i>	<i>Każde P jest S (PaS)</i>
<i>Tylko S nie są P</i>	<i>Każde S' jest P (S'aP)</i>

Ad. 3 – 4. Przed dokonaniem symbolicznego zapisu podanego w treści zadania entymematu zapisujemy symbolicznie zdania, stanowiące przesłankę i wniosek, zastępując nazwy (terminy) w nich występujące przez odpowiednie zmienne nazwowe – w sposób omówiony wcześniej w rozdz. IV, pkt 2. Następnie zapisujemy sylogizm w układzie piętrowym, w sposób opisany w części ogólnej *Komentarza*, pozostawiając wolne miejsce na wpisanie brakującej przesłanki. W zapisie tym należy oczywiście uwzględnić ustalenia poczynione w punkcie pierwszym rozwiązania, pamiętając, które z podanych zdań jest przesłanką, a które wnioskiem. Jednocześnie z dokonywanym zapisem sprawdzamy, czy entymemat ten nie jest obciążony błędem czterech terminów; jeśli bowiem stwierdzimy, że tak jest, to musimy w tym miejscu zakończyć rozwiązywanie zadania, stwierdzając, że podanego entymematu uzupełnić się nie da z uwagi na błąd czterech terminów, występujących w podanym sylogizmie. Natomiast gdy stwierdzimy, że dyrektywa wstępna poprawności sylogizmu jest spełniona, to przechodzimy do kolejnych etapów rozwiązania.

Ad. 5. Symboliczny zapis ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek polega na zapisaniu ośmiu zdań kategorycznych mogących stanowić brakującą przesłankę, w których podmiotami i orzecznikami są nazwy, które w podanej w treści zadania przesłance i wniosku wystąpiły dotąd jeden raz. To,

że brakująca przesłanka musi być zdaniem kategorycznym zbudowanym z użyciem tych nazw, wynika tak z ogólnej reguły poprawności sylogizmu (bo w zdaniach kategorycznych, które go tworzą, każda nazwa winna wystąpić dwukrotnie), jak i z dyrektywy wstępnej poprawności sylogizmu (bo nie może być czterech terminów). Zatem zapisujemy najpierw cztery zdania kategoryczne (a, e, i, o), w których pierwsza z tych nazw stanowi podmiot, a druga orzecznik, a następnie cztery zdania kategoryczne (a, e, i, o), w których pierwsza z tych nazw stanowi orzecznik, a druga podmiot. Popatrzmy na przykład. Jeżeli ustaliliśmy, że podany w treści zadania entymemat ma postać:

.....
ZaX
XoL

to lista ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek przedstawiać się musi następująco:

ZaL	LaZ
ZeL	LeZ
ZiL	LiZ
ZoL	Loz

Ad. 6. Wyeliminowanie przesłanek niewłaściwych spośród ustalonych ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek polega na przeprowadzeniu wnioskowań opartych na kolejnych dyrektywach poprawności sylogizmu. Wnioskowania te przedstawia w sposób zupełny poniższa tabela:

Lp.	Dyrektywa dotyczy:	Przesłanki wyeliminowane w oparciu o tą dyrektywę:
1.	„rozłożenia” terminu średniego (w przynajmniej jednej przesłance)	jeżeli dana w treści zadania przesłanka nie rozkłada terminu średniego, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy te przesłanki, które go nie rozkładają
2.	„jakości” przesłanek (przynajmniej jedna ma być twierdząca)	jeżeli dana w treści zadania przesłanka jest przecząca, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy przesłanki przeczące
3.	„ilości” przesłanek (przynajmniej jedna ma być ogólna)	jeżeli dana w treści zadania przesłanka jest szczegółowa, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy przesłanki szczegółowe

4.	„jakości” wniosku (wniosek jest przeczący zawsze i tylko, gdy jedna z przesłanek jest przecząca, wniosek jest twierdzący zawsze i tylko, gdy obie przesłanki są twierdzące)	a. jeżeli dana w treści zadania przesłanka jest przecząca, a wniosek jest twierdzący, to odpowiadamy, że sylogizmu nie da się uzupełnić b. jeżeli dane w treści zadania przesłanka i wniosek są twierdzące, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy przesłanki przeczące c. jeżeli dana w treści zadania przesłanka jest twierdząca, a wniosek jest przeczący, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy przesłanki twierdzące
5.	„ilości” wniosku (musi być szczegółowy, gdy jedna z przesłanek jest szczegółowa, może zaś być ogólny, gdy ogólne są obie przesłanki)	a. jeżeli dana w treści zadania przesłanka jest szczegółowa, a wniosek ogólny, to odpowiadamy, że sylogizmu nie da się uzupełnić b. jeżeli dane w treści zadania przesłanka i wniosek są ogólne, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy przesłanki szczegółowe
6.	„rozłożenia” terminu we wniosku (termin rozłożony we wniosku musi być rozłożony także w przesłance)	a. jeżeli termin jest rozłożony w podanym w treści zadania wniosku, a występuje i nie jest rozłożony w podanej w treści zadania przesłance, to odpowiadamy, że sylogizmu nie da się uzupełnić b. jeżeli termin jest rozłożony w podanym w treści zadania wniosku i nie występuje w podanej w treści zadania przesłance, to spośród teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy te, które go nie rozkładają
7.	dokonania wyboru brakującej przesłanki	jeżeli na liście teoretycznie możliwych brakujących przesłanek pozostały jeszcze przesłanki ogólne i szczegółowe, to eliminujemy przesłanki ogólne

Należy podkreślić, że w zadaniach polegających na dobraniu brakującej przesłanki entymematu nie jesteśmy w stanie niczego więcej wywnioskować w oparciu o podane siedem dyrektyw poprawności sylogizmu. **Na przykład, jeżeli podana w treści zadania przesłanka jest zdaniem ogólnym, a podany w treści zadania wniosek jest zdaniem szczegółowym, to na tej podstawie nie możemy żadnej przesłanki wyeliminować, gdyż sytuacji tej nie obejmuje żadna dyrektywa, a w szczególności nie obejmuje jej dyrektywa piąta.**

Na koniec – uwagi natury technicznej. W trakcie rozwiązywania zadań wskazane jest zachowanie podanej tu kolejności wnioskowania (eliminacji możliwych przesłanek) w oparciu o dyrektywy poprawności sylogizmu. W szczególności wnioskowanie z dyrektywy siódmej może zostać przeprowadzone wyłącznie

nie na końcu, gdy wyeliminujemy już niewłaściwe przesłanki w oparciu o pozostałe sześć dyrektyw. Ponadto należy zauważyć, że jeżeli wyeliminujemy daną przesłankę w oparciu o „wcześniejszą” dyrektywę, to oczywiście nie musimy już jej eliminować w oparciu o dalsze dyrektywy.

Ad. 7. Końcowa odpowiedź może być negatywna lub pozytywna.

Odpowiadamy negatywnie, stwierdzając, że podanego entymematu nie da się uzupełnić, gdy ustalimy, że nie sposób dobrać brakującej przesłanki z uwagi na błąd czterech terminów lub niespełnienie przez podane w zadaniu przesłankę i wniosek dyrektyw poprawności sylogizmu dotyczących wniosku (nr 4 – 6).

Natomiast w sytuacji, gdy po przeprowadzeniu wnioskowania w oparciu o siedem dyrektyw poprawności sylogizmu, ze sporządzonej uprzednio listy ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek nie wyeliminowaliśmy ich wszystkich, to przesłankę lub przesłanki, które pozostały, wpisujemy w formie symbolicznej w sporządzony wcześniej zapis (trybu) sylogizmu oraz wyrażamy je w języku naturalnym, pisząc, że brakującą przesłankę w podanym entymemacie stanowi zdanie (zdania) o odpowiedniej treści.

Zanim przejdziemy do omówienia sposobu rozwiązywania zadań polegających na wyciągnięciu prawidłowego wniosku z podanych przesłanek (zadania typu „B”), popatrzymy na rozwiązania dwóch przykładowych zadań z entymematów.

Zadanie I. Uzupełnij brakującą przesłankę w poniższym entymemacie:

Niektóre zbrodnie nie są kradzieżami, bo żadna zbrodnia nie jest występkiem.

Zadanie to rozwiązujemy w sposób następujący:

1. Ponieważ podane w treści zadania zdania kategoryczne są połączone za pomocą spójnika *bo*, należy przyjąć, że zdanie pierwsze jest wnioskiem, zdanie drugie zaś – przesłanką.
2. Oba podane w treści zadania zdania kategoryczne są klasycznymi zdaniami kategorycznymi, zatem nie musimy ich przekształcać.
- 3 – 4. Zapisujemy sylogizm w formie symbolicznej, przyjmując, że Z symbolizować będzie *zbrodnie*, W *występek*, zaś K *kradzież*. Ponieważ wcześniej ustaliliśmy, że zdanie *niektóre zbrodnie nie są kradzieżami* jest wnioskiem, zdanie *żadna zbrodnia nie jest występkiem* jest zaś przesłanką, zapis tego entymematu przedstawia się następująco:

.....
ZeW
ZoK

Ponadto stwierdzamy, że biorąc pod uwagę treść danej przesłanki i wniosku oraz uwzględniając treść ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek, spełniona jest dyrektywa wstępna poprawności sylogizmu, gdyż nie zachodzi błąd czterech terminów.

5. Teoretycznie możliwe brakujące przesłanki są zdaniami kategorycznymi, w których podmioty i orzeczniki stanowić muszą nazwy W oraz K. Lista tych przesłanek przedstawia się więc następująco:

WaK	WeK	WiK	WoK
KaW	KeW	KiW	KoW

6. Przystępujemy do wnioskowania w oparciu o dyrektywy poprawności sylogizmu, mając na celu wyeliminowanie przesłanek niewłaściwych:
 - w oparciu o dyrektywę pierwszą nie możemy wyeliminować żadnej przesłanki, bo termin *średni*, którym jest W, jest rozłożony w danej w treści zadania przesłance ZeW, jest bowiem orzecznikiem zdania przeczącego,
 - w oparciu o dyrektywę drugą spośród ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek eliminujemy przesłanki przeczące (czyli eliminujemy przesłanki WeK, WoK, KeW, KoW), ponieważ dana w treści zadania przesłanka jest zdaniem przeczącym (ZeW), a zatem druga przesłanka musi być zdaniem twierdzącym,
 - w oparciu o dyrektywę trzecią nie eliminujemy żadnej przesłanki, bo dyrektywa ta jest spełniona przez daną w treści zadania przesłankę ZeW, która jest zdaniem ogólnym,
 - w oparciu o dyrektywę czwartą nie eliminujemy żadnej przesłanki, bo zarówno wniosek, jak dana przesłanka są zdaniami przeczącymi,
 - w oparciu o dyrektywę piątą nie eliminujemy żadnej przesłanki, bo wniosek jest szczegółowy, a więc brakująca przesłanka może być zarówno zdaniem ogólnym, jak szczegółowym,
 - w oparciu o dyrektywę szóstą, z uwagi na fakt, że we wniosku rozłożony jest termin K, eliminujemy te przesłanki, które go nie rozkładają. Zatem spośród nie wyeliminowanych poprzez zastosowanie poprzednich dyrektyw zdań twierdzących eliminujemy zdania WaK, WiK, KiW, ponieważ w zdaniach tych termin K nie jest terminem rozłożonym,
 - dyrektywa siódma nie znajduje zastosowania, bowiem nie mamy wyboru – po zastosowaniu sześciu dyrektyw poprawności sylogizmu na sporządzonej uprzednio liście teoretycznie możliwych brakujących przesłanek pozostało nam bowiem tylko zdanie KaW.

7. Pozostaje nam sformułowanie odpowiedzi. Najpierw zapisujemy pełną postać sylogizmu, uzupełniając wcześniej dokonany zapis przez wpisanie ustalonej w trakcie rozwiązania brakującej przesłanki, którą jest zdanie KaW:

KaW
ZeW
ZoK

Następnie wyrażamy tę przesłankę w języku naturalnym, odpowiadając, że brakującą przesłankę podanego w zadaniu entymematu stanowi zdanie *Każda kradzież jest występkiem*.

Zadanie II. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Tylko przestępcy są recydywistami zatem żaden sędzia nie jest recydywistą.

1. Ponieważ spójnikiem łączącym podane w treści zadania zdania kategoryczne jest spójnik *zatem*, należy przyjąć, że zdanie *tylko przestępcy są recydywistami* jest przesłanką, zaś zdanie *żaden sędzia nie jest recydywistą* jest konkluzją sylogizmu.
2. Zdanie *tylko przestępcy są recydywistami* jest zdaniem kategorycznym z dodatkiem „tylko”, musimy je więc przekształcić na klasyczne zdanie kategoryczne. Stosownie do podanego wcześniej wzoru zdaniem równoważnym temu zdaniu jest zdanie: *każdy recydywista jest przestępcą*.
- 3 – 4. Zapisujemy sylogizm w formie symbolicznej, przyjmując, że P symbolizować będzie termin *przestępca*, R symbolizować będzie termin *recydywista*, termin S zaś – *sędzia*. Ponieważ wcześniej ustaliliśmy, że zdanie *każdy recydywista jest przestępcą* jest przesłanką, a zadanie *żaden sędzia nie jest recydywistą* stanowi wniosek, to zapis tego entymematu przedstawia się następująco:

.....
RaP
SeR

Ponadto stwierdzamy, że biorąc pod uwagę treść danej przesłanki i wniosku oraz uwzględniając treść ośmiu teoretycznie możliwych brakujących przesłanek, spełniona jest dyrektywa wstępna poprawności sylogizmu, gdyż nie zachodzi błąd czterech terminów.

5. Teoretycznie możliwe brakujące przesłanki są zdaniami kategorycznymi, w których podmioty i orzeczniki stanowić muszą nazwy P oraz S, gdyż termin R wystąpił zarówno w danej przesłance, jak w danym wniosku. Lista teoretycznie możliwych brakujących przesłanek przedstawia się więc następująco:

PaS	PeS	PiS	PoS
SaP	SeP	SiP	SoP

6. Przystępujemy do wnioskowania w oparciu o dyrektywy poprawności sylogizmu, mając na celu wyeliminowanie przesłanek niewłaściwych:
- w oparciu o dyrektywę pierwszą eliminujemy przesłanki, które nie rozkładają terminu średniego, bo termin średni, którym jest P, nie jest rozłożony w danej w treści zadania przesłance RaP. Eliminujemy zatem przesłanki: PiS, PoS, SaP i SiP,
 - w oparciu o dyrektywę drugą nie eliminujemy żadnej przesłanki, gdyż dana w treści zadania przesłanka jest zdaniem twierdzącym, a więc dyrektywa ta jest już dzięki niej spełniona,
 - w oparciu o dyrektywę trzecią nie eliminujemy żadnej przesłanki, bo dyrektywa ta jest także spełniona przez daną w treści zadania przesłankę RaP, która jest zdaniem ogólnym,
 - w oparciu o dyrektywę czwartą eliminujemy przesłanki twierdzące, ponieważ dana w treści zadania przesłanka jest twierdząca, zaś wniosek jest zdaniem przeczącym. Z tego wynika, że brakująca przesłanka musi być zdaniem przeczącym. Eliminujemy więc przesłankę PaS (pozostałe przesłanki twierdzące zostały już wcześniej wyeliminowane dzięki zastosowaniu dyrektywy pierwszej),
 - w oparciu o dyrektywę piątą eliminujemy przesłanki szczegółowe, bo wniosek jest ogólny, a więc brakująca przesłanka musi być zdaniem ogólnym. Eliminujemy zatem zdanie SoP (pozostałe zdania szczegółowe wyeliminowaliśmy już wcześniej, dzięki dyrektywie pierwszej),
 - w oparciu o dyrektywę szóstą, spośród zdań pozostałych nam na liście teoretycznie możliwych brakujących przesłanek nie eliminujemy żadnego zdania, ponieważ zarówno pozostałe tam zdanie PeS, jak zdanie SeP rozkładają termin S, który jest rozłożony we wniosku,
 - dyrektywa siódma nie znajduje zastosowania, bowiem nie mamy wyboru między zdaniami ogólnymi a szczegółowymi, co jest warunkiem zastosowania tej dyrektywy. Po zastosowaniu sześciu dyrektyw poprawności sylogizmu na sporządzonej uprzednio liście teoretycznie możliwych brakujących przesłanek pozostały nam bowiem tylko zdania ogólne: PeS i SeP.

7. Pozostaje nam sformułowanie odpowiedzi. Najpierw zapisujemy pełną postać sylogizmu, uzupełniając wcześniej dokonany zapis przez wpisanie ustalonych w trakcie rozwiązywania możliwych brakujących przesłanek, którymi są zdania PeS i SeP. Zapisujemy więc te dwie możliwości uzupełnienia badanego entymematu:

PeS	SeP
RaP	RaP
SeR	SeR

W końcu wyrażamy te przesłanki w języku naturalnym, odpowiadając, że brakującą przesłanką podanego w zadaniu entymematu stanowić może zdanie *żaden przestępca nie jest sędzią* lub też zdanie *żaden sędzia nie jest przestępcą*.

Przedstawimy obecnie oraz skomentujemy sposób rozwiązywania drugiego typu zadań, polegających na ustaleniu wniosku wynikającego z określonego układu danych przesłanek. Zadania te mają następującą treść: „Przyjmując pierwszą przesłankę jako większą wyprowadź wniosek z następujących przesłanek. Gdyby było to niemożliwe, potraktuj drugą przesłankę jako większą”.

B'. Sposób rozwiązywania zadań typu „B”

- ewentualne zastąpienie zdań kategorycznych z dodatkiem „tylko” przez tzw. klasyczne zdania kategoryczne,
- symboliczny zapis podanych w treści zadania przesłanek,
- sprawdzenie, czy nie zachodzi błąd czterech terminów,
- symboliczny zapis czterech teoretycznie możliwych wniosków, uwzględniający polecenie potraktowania pierwszej z podanych przesłanek jako większej,
- wyeliminowanie wniosków niepoprawnych w oparciu o dyrektywy poprawności sylogizmu,
- sformułowanie odpowiedzi w przypadku ustalenia prawidłowego wniosku:
 - zapis symboliczny pełnej postaci sylogizmu,
 - wyrażenie w języku naturalnym ustalonego wniosku (wniosków),

W sytuacji gdy przyjmując pierwszą przesłankę jako większą ustalimy, że nie można wyprowadzić prawidłowego wniosku, pełne rozwiązanie zadania polega na dokonaniu kolejnych czynności (operacji):

- symboliczny zapis czterech teoretycznie możliwych wniosków, uwzględniający polecenie potraktowania drugiej z podanych przesłanek jako większej,

- wyeliminowanie wniosków niepoprawnych w oparciu o dyrektywy poprawności sylogizmu,
- sformułowanie odpowiedzi:
 - zapis symboliczny pełnej postaci sylogizmu,
 - wyrażenie w języku naturalnym ustalonego wniosku (wniosków).

C'. Komentarz (do zadań typu „B”)

Ad. 1. Podane w treści zadania przesłanki mogą być zdaniami kategorycznymi z dodatkiem „tylko”. W tym wypadku dokonujemy ich przekształcenia na klasyczne zdania kategoryczne, w sposób omówiony w rozdz. IV, pkt 1.A, rozdz. V, pkt 1.A – B, oraz w niniejszym rozdziale w Komentarzu do zadań typu „A”, pkt 2.

Ad. 2 – 3. Symboliczny zapis przesłanek polega na zastąpieniu występujących w nich terminów przez odpowiednie symbole oraz na zapisaniu postaci sylogizmu w znanym już układzie piętrowym. Jednocześnie należy sprawdzić, czy nie zachodzi błąd czterech terminów – w sposób omówiony w pkt 3 – 4 Komentarza do rozwiązywania zadań typu „A”. Jeżeli stwierdzimy, że błąd ten zachodzi, to oczywiście zaprzestajemy dalszego rozwiązywania zadania, odpowiadając, że z podanych przesłanek nie można wyprowadzić wniosku.

Ad. 4. Symboliczny zapis czterech teoretycznie możliwych wniosków polega na zapisaniu czterech zdań kategorycznych (a, e, i, o), w których orzecznikiem jest nazwa nie będąca terminem średnim i występująca w przesłance pierwszej (bo zgodnie z treścią zadania mamy ją potraktować jako przesłankę większą), natomiast podmiotem jest nazwa nie będąca terminem średnim i występująca w drugiej przesłance. Popatrzmy na przykład. Jeśli ustaliliśmy, że podane w treści zadania przesłanki mają postać:

PaW
WoL
.....

to lista czterech teoretycznie możliwych wniosków (przy uwzględnieniu, że pierwszą przesłankę należy potraktować jako większą) jest następująca:

LaP LeP LiP LoP

Ad. 5. Wyeliminowanie wniosków niepoprawnych polega na przeprowadzeniu wnioskowań w oparciu o sześć dyrektyw poprawności sylogizmu. Wnioskowania te w sposób zupełny przedstawia poniższa tabela:

Lp.	Dyrektywa dotyczy:	Sposób wnioskowania w oparciu o daną dyrektywę:
1.	„rozłożenia” terminu średniego (musi on być rozłożony w przynajmniej jednej przesłance)	jeżeli dane w treści zadania przesłanki nie rozkładają terminu średniego, to odpowiadamy, że wniosku nie da się wyprowadzić z uwagi na naruszenie tej dyrektywy
2.	„jakości” przesłanek (przynajmniej jedna przesłanka musi być zdaniem twierdzącym)	jeżeli dane w treści zadania przesłanki są przeczące, to odpowiadamy, że wniosku nie da się wyprowadzić z uwagi na naruszenie tej dyrektywy
3.	„ilości” przesłanek (przynajmniej jedna przesłanka musi być zdaniem ogólnym)	jeżeli dane w treści zadania przesłanki są szczegółowe, to odpowiadamy, że wniosku nie da się wyprowadzić z uwagi na naruszenie tej dyrektywy
4.	„jakości” wniosku (wniosek jest przeczący zawsze i tylko, gdy jedna z przesłanek jest zdaniem przeczącym; wniosek jest twierdzący zawsze i tylko, gdy obie przesłanki są zdaniami twierdzącymi)	a. jeżeli dane w treści zadania przesłanki są twierdzące, to spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy wnioski przeczące b. jeżeli jedna przesłanka jest twierdząca, a druga przecząca, to spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy wnioski twierdzące
5.	„ilości” wniosku (wniosek musi być szczegółowy, gdy jedna z przesłanek jest szczegółowa, a wniosek może być ogólny, gdy ogólne są obie przesłanki)	jeżeli jedna przesłanka jest ogólna, a druga szczegółowa, to spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy wnioski ogólne
6.	„rozłożenia” terminu we wniosku (termin rozłożony we wniosku musi być rozłożony także w przesłance)	jeżeli jakiś termin w podanych w treści zadania przesłankach nie jest rozłożony, to spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy te, które ten termin rozkładają

Należy podkreślić, że w zadaniach polegających na wyprowadzeniu wniosku z podanego układu przesłanek nie jesteśmy w stanie niczego więcej wywnioskować w oparciu o podane sześć dyrektyw poprawności sylogizmu. Na przykład, jeżeli podane w treści zadania przesłanki są zdaniami ogólnymi, to na tej podstawie nie możemy żadnego wniosku wyeliminować, gdyż sytuacji tej nie

obejmuje żadna dyrektywa, a w szczególności nie obejmuje jej dyrektywa piąta. Podobnie, jeżeli termin jest rozłożony w przesłance, to na tej podstawie nie możemy żadnego wniosku wyeliminować, gdyż sytuacji tej nie obejmuje żadna dyrektywa, a w szczególności nie obejmuje jej dyrektywa szósta.

Ponadto należy zauważyć, że jeżeli wyeliminujemy dany wniosek w oparciu o „wcześniejszą” dyrektywę, to nie musimy już dalej badać jego ewentualnej poprawności. Należy także podkreślić, że w sytuacji, gdy podane w treści zadania przesłanki nie spełniają dyrektyw poprawności sylogizmu dotyczących przesłanek (czyli dyrektyw 1 – 3), to przerywamy rozwiązywanie zadania, odpowiadając, że nie da się wyprowadzić wniosku z podanych przesłanek. W takim przypadku oczywiście nie musimy też badać, czy uda nam się wyciągnąć wniosek przyjmując drugą przesłankę jako większą, bowiem nic to nie zmieni – nadal naruszona będzie albo dyrektywa pierwsza (bo termin średni nie będzie rozłożony), albo dyrektywa druga (bo obie przesłanki będą nadal przeczące), albo dyrektywa trzecia (bo obie przesłanki będą nadal zdaniami szczegółowymi).

Ad. 6. W sytuacji gdy po przeprowadzeniu wnioskowania w oparciu o sześć dyrektyw poprawności sylogizmu, spośród czterech teoretycznie możliwych wniosków nie wyeliminowaliśmy ich wszystkich, to wniosek lub wnioski, które pozostały na liście, należy uznać za prawidłowe. Zatem, udzielając odpowiedzi, wpisujemy ten wniosek (wnioski) w sporządzony wcześniej zapis (trybu) sylogizmu oraz wyrażamy je w języku naturalnym, pisząc, że przy przyjęciu pierwszej przesłanki jako większej wniosek stanowi zdanie (zdaniami) kategoryczne o następującej treści.

Natomiast w sytuacji gdy przeprowadzone wnioskowania doprowadziły do wyeliminowania wszystkich teoretycznie możliwych wniosków, przechodzimy do kolejnych etapów rozwiązywania zadania, przyjmując teraz, że przesłankę pierwszą potraktujemy jako mniejszą, przesłankę drugą zaś jako większą.

Ad. 7. Symboliczny zapis czterech teoretycznie możliwych wniosków polega na zapisaniu czterech zdań kategorycznych (a, e, i, o), w których orzecznikiem jest nazwa nie będąca terminem średnim i występująca w przesłance drugiej (bo zgodnie z treścią zadania mamy ją teraz potraktować jako przesłankę większą), natomiast podmiotem jest nazwa nie będąca terminem średnim i występująca w pierwszej przesłance. Powróćmy do podanego wcześniej przykładu. Jeśli ustaliliśmy, że podane w treści zadania przesłanki mają postać:

PaW

WoL

.....

to lista czterech teoretycznie możliwych wniosków (przy uwzględnieniu, że drugą przesłankę należy teraz potraktować jako większą) jest następująca:

PaL PeL PiL PoL

Ad. 8. Eliminujemy wnioski nieprawidłowe w sposób opisany w punkcie piątym, z tą różnicą, że nie musimy już ponownie sprawdzać, czy podane przesłanki są zgodne z dyrektywami dotyczącymi przesłanek (1 – 3).

Ad. 9. W sytuacji gdy po przeprowadzeniu wnioskowania w oparciu o sześć dyrektyw poprawności sylogizmu spośród czterech teoretycznie możliwych wniosków nie wyeliminowaliśmy ich wszystkich, to wniosek lub wnioski, które pozostały na liście, należy uznać za prawidłowe. Zatem, udzielając odpowiedzi, wpisujemy ten wniosek (wnioski) w sporządzony wcześniej zapis (trybu) sylogizmu oraz wyrażamy je w języku naturalnym, pisząc, że przy przyjęciu drugiej przesłanki jako większej, wniosek stanowi zdanie (zdania) kategoryczne o następującej treści.

Natomiast w sytuacji gdy przeprowadzone wnioskowania doprowadziły do wyeliminowania wszystkich teoretycznie możliwych wniosków, odpowiadamy, że z podanych przesłanek nie można w poprawny sposób wyprowadzić wniosku, bez względu na to, którą z nich potraktujemy jako przesłankę większą, a którą jako przesłankę mniejszą sylogizmu.

Zanim podamy zadania do samodzielnego rozwiązania, popatrzymy na rozwiązanie dwóch przykładowych zadań typu „B”.

Zadanie III. Przyjmując pierwszą przesłankę jako większą wyprowadź wniosek z następujących przesłanek. Gdyby było to niemożliwe, potraktuj drugą przesłankę jako większą.

*Tylko prawnicy są adwokatami.
Żaden adwokat nie jest sędzią.*

Rozwiązanie przedstawia się następująco:

1. Ponieważ pierwsza przesłanka jest zdaniem kategorycznym z dodatkiem „tylko”, więc przekształcamy ją na klasyczne zdanie kategoryczne, otrzymując zdanie: *każdy adwokat jest prawnikiem*.
- 2 – 3. Stwierdzamy, że nie zachodzi błąd czterech terminów oraz zapisujemy symbolicznie podane przesłanki (A – adwokat, P – prawnik, S – sędzia):

AaP
AeS

.....

4. Zapisujemy cztery teoretycznie możliwe wnioski. Ponieważ mamy potraktować przesłankę pierwszą jako większą, orzecznikiem wniosków musi być termin P, ich podmiotem zaś termin S:

SaP SeP SiP SoP

5. Przeprowadzamy wnioskowanie z dyrektyw poprawności sylogizmu. Rozpoczynamy od rozpatrzenia dyrektyw dotyczących przesłanek sylogizmu:

- dyrektywa pierwsza jest spełniona, bo termin średni A jest rozłożony (zresztą nie tylko w jednej, lecz w obydwu przesłankach),
- dyrektywa druga jest spełniona, bo pierwsza przesłanka jest zdaniem twierdzącym,
- dyrektywa trzecia jest spełniona, bo co najmniej jedna przesłanka jest ogólna (w rzeczywistości obie są ogólne).

Przechodzimy więc do eliminacji wniosków niepoprawnych w oparciu o dyrektywy dotyczące wniosku:

- ponieważ jedna przesłanka jest twierdząca, a druga przecząca, to w oparciu o dyrektywę czwartą spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy wnioski twierdzące SaP i SiP, bowiem w takim przypadku wniosek musi być zdaniem przeczącym,
 - w oparciu o dyrektywę piątą żadnego wniosku wyeliminować się nie da, bowiem obie przesłanki są zdaniem ogólnymi, zatem w myśl tej dyrektywy wniosek może być tak ogólny, jak szczegółowy,
 - w oparciu o dyrektywę szóstą, z uwagi na fakt, że termin P nie jest rozłożony w przesłance, eliminujemy wnioski, w którym jest on rozłożony: SeP i SoP.
6. Ponieważ wyeliminowaliśmy wszystkie teoretycznie możliwe wnioski, tym samym ustaliliśmy, że nie można wyprowadzić wniosku przyjmując pierwszą przesłankę jako większą, a drugą jako mniejszą. Musimy więc przejść do dalszych etapów rozwiązywania zadania, przyjmując teraz drugą ewentualność, a mianowicie, że pierwsza przesłanka jest przesłanką mniejszą, a druga przesłanką większą sylogizmu.

7. Przyjmując drugą przesłankę jako większą, lista teoretycznie możliwych wniosków jest następująca:

PaS PeS PiS PoS

8. Przechodzimy do wnioskowań z dyrektyw poprawności sylogizmu. Przypomnijmy, że nie musimy ponownie sprawdzać, czy dyrektywy dotyczące przesłanek są spełnione. Zatem przystępujemy od razu do eliminacji wniosków niepoprawnych w oparciu o dyrektywy 4 – 6:

- ponieważ jedna przesłanka jest twierdząca, a druga przecząca, to w oparciu o dyrektywę czwartą spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy wnioski twierdzące PaS i PiS, bowiem w takim przypadku wniosek musi być zdaniem przeczącym,
- w oparciu o dyrektywę piątą żadnego wniosku wyeliminować się nie da, bowiem obie przesłanki są zdaniami ogólnymi, zatem w myśl tej dyrektywy wniosek może być tak ogólny, jak szczegółowy,
- w oparciu o dyrektywę szóstą, z uwagi na fakt, że termin P nie jest rozłożony w przesłance, eliminujemy wniosek, w którym jest on rozłożony, czyli zdanie PeS.

9. W ten sposób ustaliliśmy, że przyjmując drugą ewentualność układu przesłanek, jesteśmy w stanie wyprowadzić wniosek w postaci zdania PoS, którego nie wyeliminowaliśmy w punkcie ósmym rozwiązania. Zatem, zapisujemy pełną postać ustalonego (trybu) sylogizmu, umieszczając przesłankę potraktowaną jako większą na pierwszym miejscu:

AeS
AaP
PoS

Pozostaje odpowiedzieć, że przyjmując drugą z podanych w treści zadania przesłanek jako większą, dający się wyprowadzić wniosek brzmi: *Niektórzy prawnicy nie są sędziami.*

Zadanie IV. Przyjmując pierwszą przesłankę jako większą wyprowadź wniosek z następujących przesłanek. Gdyby było to niemożliwe, potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Tylko występki są kradzieżami.

Niektóre kradzieże są przestępstwami ciągłymi.

Rozwiązanie przedstawia się następująco:

1. Ponieważ pierwsza przesłanka jest zdaniem kategorycznym z dodatkiem „tylko”, więc przekształcamy ją na klasyczne zdanie kategoryczne, otrzymując zdanie: *każda kradzież jest występkiem.*
- 2 – 3. Stwierdzamy, że nie zachodzi błąd czterech terminów oraz zapisujemy symbolicznie podane przesłanki (K – kradzież, W – występki, P – przestępstwo ciągłe):

KaW
KiP
.....

4. Zapisujemy cztery teoretycznie możliwe wnioski. Ponieważ mamy potraktować przesłankę pierwszą jako większą, orzecznikiem wniosków musi być termin W, ich podmiotem zaś termin P:

PaW PeW PiW PoW

5. Przeprowadzamy wnioskowanie z dyrektyw poprawności sylogizmu. Rozpoczynamy od rozpatrzenia dyrektyw dotyczących przesłanek sylogizmu:

- dyrektywa pierwsza jest spełniona, bo termin średni K jest rozłożony, gdyż jest podmiotem zdania ogólnego w przesłance KaW,
- dyrektywa druga jest spełniona, bo obie przesłanki są zdaniami twierdzącymi (a wystarczy, że przynajmniej jedna jest zdaniem twierdzącym),
- dyrektywa trzecia jest spełniona, bo co najmniej jedna przesłanka jest ogólna – jest nią przesłanka pierwsza KaW.

Na marginesie można zauważyć, że w sytuacji gdy termin średni jest podmiotem zdania ogólnie twierdzącego, dyrektywy poprawności sylogizmu dotyczące przesłanek są zawsze spełnione, zatem zarówno w zadaniach z entymematów, jak w zadaniach polegających na wyprowadzeniu wniosku nie jesteśmy w stanie niczego w oparciu o te trzy dyrektywy wywnioskować. Oczywiście nie znaczy to, że jest to jedyna sytuacja, w której dyrektywy te są spełnione.

Przechodzimy teraz do eliminacji wniosków niepoprawnych, w oparciu o dyrektywy dotyczące wniosku:

- ponieważ obie przesłanki są twierdzące, w oparciu o dyrektywę czwartą spośród teoretycznie możliwych wniosków eliminujemy wnioski przeczące PeW i PoW, bowiem w takim przypadku wniosek musi być zdaniem twierdzącym,

- w oparciu o dyrektywę piątą, ponieważ jedna przesłanka jest szczegółowa, więc eliminujemy wniosek ogólny PaW (wniosek PeW został już wcześniej wyeliminowany), gdyż w takim wypadku wniosek musi być szczegółowy,
 - w oparciu o dyrektywę szóstą, pomimo że tak termin W, jak termin P nie są rozłożone w przesłankach, nie eliminujemy pozostałego na liście teoretycznie możliwych wniosków zdania PiW, ponieważ nie rozkłada on żadnego z tych terminów. Dyrektywa ta nie posłuży nam więc do wyeliminowania niepoprawnych wniosków rozkładających terminy W lub P, ponieważ wnioski takie zostały już wcześniej wyeliminowane.
6. Ponieważ nie wyeliminowaliśmy wszystkich teoretycznie możliwych wniosków, to tym samym ustaliliśmy, że można wyprowadzić wniosek przyjmując pierwszą przesłankę jako większą, a drugą jako mniejszą. Wniosek ten ma postać PiW. Zatem nie musimy dalej rozwiązywać zadania (przyjmując drugą przesłankę jako większą), lecz do zakończenia rozwiązania wystarczy, że sformułujemy odpowiedź. Najpierw zapisujemy więc pełną postać (trybu) sylogizmu, z ustalonym przez nas wnioskiem:

KaW
KiP
—
PiW

A następnie odpowiadamy, że przyjmując pierwszą przesłankę jako większą, wyprowadzony wniosek brzmi: *Niektóre przestępstwa ciągłe są występками.*

D. Literatura

- W. Wolter, M. Lipczyńska, *ELEMENTY LOGIKI* (wykład dla prawników), rozdz. XIV („Wnioskowanie pośrednie. Sylogizm kategoryczny”), pkt 1 – 5.
- Z. Ziemiński, *LOGIKA PRAKTYCZNA*, rozdz. XIV („Wnioskowanie dedukcyjne i jego podstawy logiczne”), §13 („Prawa sylogizmu kategorycznego”).
- J. Gregorowicz, *ZARYS LOGIKI DLA PRAWNIKÓW* (Grand Gamma, Łódź 1995), rozdz. X („Wnioskowanie pośrednie. Sylogizm kategoryczny”), s. 97 – 107 i rozdz. XI („Uwagi uzupełniające do sylogizmu kategorycznego”), s. 108 – 116.
- T. Kotarbiński, *ELEMENTY TEORII POZNANIA, LOGIKI FORMALNEJ I METODOLOGII NAUK*, wyd. II przejrzone, (Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1961), rozdz. II („O zależnościach logicznych między zdaniami, zależnych od struktury tych zdań, a traktowanych w nauce o wnioskowaniu bezpośrednim i sylogizmie kategorycznym”), §9 („Nauka o wnioskowaniu pośrednim, czyli sylogistyka”), s. 217 – 222.
- T. Czeżowski, *LOGIKA*, (Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1949), część IV („Teoria orzeczników”), rozdz. III („Logika klasyczna”), pkt 3 („Sylogizmy”), s. 120 – 130.

E. Zadania typu „A”

Zadania te mają jednakową treść: „Uzupełnij brakującą przesłankę w poniższym entymemacie”.

1. *Żaden złodziej nie jest osobą o nieposzlakowanej opinii, bo każdy złodziej jest nieuczciwy.*
2. *Niektóre zamki są opatentowane w Japonii, bo każdy zamek jest budowlą historyczną.*
3. *Niektórzy posłowie nie są lekarzami, ponieważ każdy Polak jest lekarzem.*
4. *Każdy wyrok jest dokumentem, a więc niektóre dokumenty nie są postanowieniami.*
5. *Niektórzy adwokaci nie są analfabetami, bo tylko osoby posiadające wyższe wykształcenie są adwokatami.*

E'. Zadania typu „B”

Zadania te mają jednakową treść: „Przyjmując pierwszą przesłankę jako większą, wyprowadź wniosek z następujących przesłanek. Gdyby było to niemożliwe, potraktuj drugą przesłankę jako większą”.

1. *Każdy wyrok jest dokumentem.*
Żadne postanowienie nie jest wyrokiem.
2. *Niektóre ustawy są wetowane przez Prezydenta.*
Niektóre ustawy nie są popierane przez Kościół.
3. *Niektórzy recydywiści nie są złodziejami.*
Żaden złodziej nie jest burmistrzem.
4. *Tylko uczciwi obywatele są ławnikami.*
Niektórzy ławnicy nie są wierzący.
5. *Niektórzy studenci są geniuszami.*
Żaden analfabeta nie jest geniuszem.

ANEKS

Wybrane zestawy pytań do egzaminów z przedmiotu „logika dla prawników”, przeprowadzonych na Wydziale Prawa i Administracji Uniwersytetu Jagiellońskiego w latach 1991 – 2000

ZESTAW I

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$(r / (q \vee \sim p)) \equiv ((q \wedge r) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim r))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli czynność prawna jest sprzeczna z ustawą lub zmierza do obejścia ustawy, to jest nieważna. Zatem, jeżeli czynność prawna nie jest nieważna, to nie zmierza do obejścia ustawy i nie jest sprzeczna z ustawą.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Niektórzy prawnicy nie są obrońcami, gdyż każdy obrońca jest adwokatem.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania:

Żaden nie-prawnik nie jest prokuratorem.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie:

Tylko niektóre występki są przestępstwami umyślnymi.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj relację nadrzędności zakresowej pomiędzy nazwami pod względem przechodniości, symetryczności i zwrotności. Czy relacja ta jest spójna w zbiorze nazw języka polskiego? Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

7. Podaj przykład podziału wyczerpującego, lecz nierozłącznego, oraz podziału rozłącznego, lecz niewyczerpującego. Wyjaśnij, co to jest podział rozłączny i wyczerpujący.

Odpowiedź:

ZESTAW II

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$(((p \wedge \sim r) \wedge \sim q) \vee \sim (p \rightarrow \sim q)) \rightarrow (r / (q \equiv \sim p))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Jan dokładnie przeczytał podręcznik, to jeżeli chodził na wykłady i ćwiczenia, to ma szansę zdać egzamin. Zatem, jeżeli nieprawda, że Jan dokładnie przeczytał podręcznik, lub nieprawda, że chodził na wykłady i ćwiczenia, to nieprawda, że ma szansę zdać egzamin.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Niektóre podręczniki nie są interesujące, bo żaden podręcznik nie jest powieścią kryminalną.

Zapisz symbolicznie syllogizm:

.....
.....
.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Zdefiniuj alternatywę rozłączną za pomocą binegacji.

$(p \perp q) \equiv \dots\dots\dots$

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie przeciwne zdaniu:

Tylko nieletni są studentami.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj relację przeciwieństwa pomiędzy zakresami nazw pod względem przechodniości, symetryczności i zwrotności. Czy relacja ta porządkuje zbiór nazw języka polskiego? Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

7. Dokonaj skrzyżowanego podziału logicznego zakresu nazwy „nazwa” stosując dwa dowolne kryteria dychotomiczne.

Odpowiedź:

ZESTAW III

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$((r \wedge \sim p) \vee \sim (q \wedge \sim r)) \equiv ((p \rightarrow \sim r) \wedge (q \rightarrow \sim r))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Jan nie będzie pomagał Agnieszce, to postąpi niemoralnie. Jeżeli Jan postąpi niemoralnie, to zasłuży na potępienie. Zatem, jeżeli Jan nie zasłuży na potępienie, to jeśli nie postąpi niemoralnie, to będzie pomagał Agnieszce.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Żadna zbrodnia nie jest zagrożona karą ograniczenia wolności, bo tylko występki są zagrożone karą ograniczenia wolności.

.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem:
Każdy student jest obowiązkowy.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie:
Tylko niektóre morza nie są zanieczyszczone.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj relację przeciwieństwa pomiędzy zdaniami pod względem przechodniości, symetryczności i zwrotności. Podaj przykład dwóch zdań pozostających w tej relacji. Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

7. Dokonaj podziału dychotomicznego zakresu nazwy „norma prawna”. Wyjaśnij, dlaczego podział dychotomiczny jest zawsze wyczerpujący i rozłączny.

Odpowiedź:

ZESTAW IV

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$((\sim p \wedge \sim r) \vee \sim(p \rightarrow \sim q)) \equiv (r / (\sim p \equiv q))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
 formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Krzysztof zda wszystkie egzaminy, to uzyska absolutorium. Jeżeli Krzysztof uzyska absolutorium, to ma prawo zdawać egzamin magisterski. Zatem jeżeli nieprawda, że Krzysztof zda wszystkie egzaminy, to nieprawda, że Krzysztof ma prawo zdawać egzamin magisterski.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
 formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Niektórzy studenci nie są wszechwiedzący, bo każdy student jest człowiekiem.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Zdefiniuj równoważność za pomocą koniunkcji i negacji.

$(p \equiv q) \equiv \dots$

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie spreczne ze zdaniem:

Żaden prokurator nie jest adwokatem.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj relację wynikania logicznego pod względem przechodniości, symetryczności i zwrotności. Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

7. „Definicja równościowa składa się z definiendum, spójki definicyjnej i definiensa”. Zbadaj, czy jest to poprawny podział logiczny.

Odpowiedź:

ZESTAW V

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$((p \vee \sim q) / \sim(\sim r \rightarrow p)) \equiv ((p \perp \sim q) \rightarrow (r \vee (q \wedge p)))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Beata zdała wszystkie egzaminy, to jeżeli Beata może starać się o przyjęcie na aplikację, to Beata obroniła także pracę magisterską. Lecz nieprawda, że Beata obroniła pracę magisterską, lub nieprawda, że Beata może starać się o przyjęcie na aplikację. A więc, jeżeli nieprawda, że Beata zdała wszystkie egzaminy, to nieprawda, że Beata obroniła pracę magisterską.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek, przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

*Tylko osoby nieprzystosowane społecznie są przestępcami.
Żaden przestępca nie jest człowiekiem godnym zaufania.*

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem:

Tylko kobiety nie są powoływane do służby w marynarce.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań modalnych, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie spreczne ze zdaniem:

Możliwe, że Jan zdobędzie nagrodę.

Wnioski:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

- A. definicja regulująca,
B. definicja kontekstowa.

Odpowiedź uzasadnij, objaśniając pojęcia definicji regulującej i definicji kontekstowej.

Odpowiedź:

7. Określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Zdolny student szybko przyswaja wiedzę, ponieważ logika jest bardzo interesująca.

Odpowiedź:

ZESTAW VI

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$\sim((p \wedge \sim q) \rightarrow (r \rightarrow \sim p)) \equiv \sim(\sim r \vee q)$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Pracownik ma prawo do urlopu wypoczynkowego. Jeżeli pracownik jest kobietą, to ma prawo do urlopu macierzyńskiego. Zatem, jeżeli pracownik ma prawo do urlopu wypoczynkowego, to jeżeli nieprawda, że pracownik ma prawo do urlopu macierzyńskiego, to nieprawda, że jest kobietą.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek, przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Niektórzy mieszkańcy Polski nie są obywatelami polskimi.

Tylko obywatele polscy są uprawnieni do udziału w wyborach.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Zdefiniuj alternatywę rozłączną za pomocą implikacji i negacji.

$$(p \perp q) \equiv \dots\dots\dots$$

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań modalnych, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem:

Konieczne, że Jan wygra na loterii.

Wnioski:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

A. definicja równościowa

B. zdanie w sensie logicznym

Odpowiedź uzasadnij, objaśniając pojęcia definicji równościowej i zdania w sensie logicznym.

Odpowiedź:

7. Określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Jan chętnie czyta książki, chociaż jest on mało zdolny.

Odpowiedź:

ZESTAW VII

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$((\sim q \rightarrow \sim r) \vee \sim p) \equiv (\sim(p \rightarrow \sim r) / (q \equiv \sim p))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli czynność prawna jest sprzeczna z ustawą, to jest nieważna. Jeżeli czynność prawna zmierza do obejścia ustawy, to jest nieważna. Zatem, jeżeli czynność prawna nie jest sprzeczna z ustawą lub nie zmierza do obejścia ustawy, to nieprawda, że jest nieważna.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek, przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Niektórzy uczniowie nie są uprawnieni do głosowania.

Tylko niepełnoletni nie są uprawnieni do głosowania.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania:

Tylko nieuczciwi nie są godni zaufania.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Podaj przykład definicji za wąskiej oraz definicji za szerokiej i wyjaśnij, na czym polega nieadekwatność tych definicji.

Odpowiedź:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

A. nazwa nieostra

B. nazwa jednostkowa

Odpowiedź uzasadnij, objaśniając pojęcia nazwy nieostrej i nazwy jednostkowej.

Odpowiedź:

7. Określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Leniwy student narzeka, a pilny student rozwiązuje trudne zadania.

Odpowiedź:

ZESTAW VIII

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$((r \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)) \equiv \sim(\sim(r \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Słońce krąży wokół Ziemi, to Kopernik nie miał racji, a jeżeli Kopernik nie miał racji, to Ziemia jest nieruchoma. Zatem jeżeli nieprawda, że Ziemia jest nieruchoma, to jeżeli Kopernik miał rację, to nieprawda, że Słońce krąży wokół Ziemi.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek, przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Niektórzy prawnicy nie są wpisani na listę adwokatów.

Tylko wpisani na listę adwokatów są dopuszczeni do obrony.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Zdefiniuj równoważność za pomocą dysjunkcji.

$(p \equiv q) \equiv$

5. Podaj przykład nazwy nieostrej i sformułuj definicję regulującą tej nazwy. Definicja ta winna być definicją klasyczną. Objaśnij pojęcie definicji regulującej.

Odpowiedź:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

- A. nazwa ogólna
- B. nazwa generalna

Odpowiedź uzasadnij, objaśniając pojęcia nazwy ogólnej i nazwy generalnej.

Odpowiedź:

7. Określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Oskarżony zabił swoją żonę, lecz policja szybko odnalazła sprawcę.

Odpowiedź:

ZESTAW IX

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$(\sim(p \wedge \sim q) / (\sim r \vee \sim q)) \equiv ((\sim r \equiv p) \rightarrow \sim(p \perp \sim q))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Zawsze i tylko, jeżeli orzeczono rozwód z winy współmałżonka, to jeśli drugi współmałżonek pozostaje w niedostatku, to ma prawo domagać się alimentów. Lecz drugi współmałżonek nie pozostaje w niedostatku. Zatem nie ma on prawa domagać się alimentów, chociaż orzeczono rozwód z winy współmałżonka.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Tylko organizacje „non profit” są fundacjami.

Tylko podmioty zarejestrowane sądownie są fundacjami.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Zdefiniuj równoważność za pomocą koniunkcji i implikacji.

$(p \equiv q) \equiv$

5. Objaśnij pojęcie kategorii syntaktycznej i określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Złodziej zostawił bardzo niewyraźne ślady, ale pies go szybko wytropił.

Odpowiedź:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

- A. relacja przeciwsymetryczna
- B. relacja silnie (całkowicie) porządkująca

Odpowiedź uzasadnij i podaj znaczenia oraz przykłady desygnatów obu nazw.

Odpowiedź:

7. Scharakteryzuj pytanie: *Kiedy uchwalono aktualnie obowiązującą Konstytucję RP?* Podaj przykład odpowiedzi częściowej wprost i częściowej nie wprost na to pytanie. Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

ZESTAW X

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$\neg((\neg p \downarrow q) \wedge (q \vee r)) \equiv ((\neg p \vee q) \vee (q \downarrow r))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Jan sympatyzuje z Cecylią, to jeżeli Cecylia często miewa czkawkę, to Jan ją opuści. Jeżeli Jan opuści Cecylię, to przeżyje ona zawód uczuciowy. Zatem, jeżeli Cecylia często miewa czkawkę, chociaż Jan z nią sympatyzuje, to Cecylia przeżyje zawód uczuciowy.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Tylko istoty inteligentne są delfinami.

Żaden delfin nie jest rybą.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem:

Każda czynność prawna jest aktem jednostronnym.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie spreczne ze zdaniem:

Niektóre stwierdzenia nabycia spadku nie są postanowieniami.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj relację równoważności pomiędzy zdaniami pod względem zwrotności, symetryczności i przechodniości. Odpowiedź uzasadnij, a ponadto podaj przykład dwóch zdań równoważnych.

Odpowiedź:

7. Dokonaj skrzyżowanego podziału logicznego zakresu nazwy „przepis prawny” stosując dwa dowolne kryteria dychotomiczne. Ponadto podaj przykład podziału dychotomicznego, który jest nierozłączny. Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

ZESTAW XI

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$\sim((\sim(\sim q/r) \perp (\sim p \wedge \sim r)) \equiv \sim(\sim(\sim p \rightarrow r) \equiv (\sim q \vee r)))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli podatnik zalega z zapłatą podatku, to jeżeli Urząd Skarbowy wszczął egzekucję, to podatnikowi grozi zajęcie majątku osobistego. Zatem, jeżeli podatnikowi nie grozi zajęcie majątku osobistego to nieprawda, że zalega on z zapłatą podatku lub nieprawda, że Urząd Skarbowy wszczął egzekucję.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Niektórzy świadkowie nie są wiarygodni, bo każdy policjant jest wiarygodny.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem:

Niektórzy powodowie nie są stronami procesowymi.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategoriycznych, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie przeciwne do zdania:

Każdy sąd polski jest sądem apelacyjnym.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj relację niezależności pomiędzy nazwami względem zwrotności, symetryczności i przechodniości. Czy relacja ta jest spójna w zbiorze nazw języka polskiego? Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

7. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

- A. *nierozłączny podział dychotomiczny*
B. *niewyczerpujący podział dwuczłonowy*

Odpowiedź uzasadnij i podaj znaczenie oraz przykłady desygnatów obu nazw.

Odpowiedź:

ZESTAW XII

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$\sim(\sim(\sim q \perp \sim r) \rightarrow p) \equiv ((\sim q \vee p) / \sim(\sim r \wedge \sim p))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli ściąganie na egzaminie jest karane, to nieprawda, że jeżeli student jest rozsądny, to student ściaga na egzaminie. Nieprawda, że jeżeli ściąganie na egzaminie nie jest karane, a student nie ściaga na egzaminie, to student nie jest rozsądny. Wobec tego jeżeli student ściaga na egzaminie to albo nie jest rozsądny, albo nieprawda, że ściąganie na egzaminie jest karane.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Tylko zwyczaje eskimoskie nie są powszechne, gdyż żadna osobliwość nie jest powszechna.

Zapisz symbolicznie syllogizm:

.....
.....
.....

.....
.....
.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Zdefiniuj równoważność za pomocą alternatywy i negacji.

$(p \equiv q) \equiv \dots\dots\dots$

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie:

Tylko amatorzy nie są wyłączeni z zawodów.

Wnioski:

6. Scharakteryzuj konwers relacji podprzeciwieństwa pomiędzy nazwami pod względem zwrotności, symetryczności i przechodności. Czy relacja ta porządkuje zbiór nazw języka polskiego? Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź:

7. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

- A. klasyczna definicja projektująca
B. definicja wyraźna

Odpowiedź uzasadnij i podaj znaczenie oraz przykłady desygnatów obu nazw.

Odpowiedź:

ZESTAW XIII

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$((p \wedge \sim(\sim p / \sim r)) \vee \sim q) \equiv (\sim(\sim p \vee \sim q) / \sim(p \downarrow r))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Maksymilian jest ojcem Piotra, a Piotr jest ojcem Pawła, to Paweł prawdopodobnie jest wnukiem Maksymiliana. Jednak Paweł prawdopodobnie nie jest wnukiem Maksymiliana. Zatem Maksymilian nie jest ojcem Piotra lub Piotr nie jest ojcem Pawła.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Tylko mężczyźni są mnichami na Atos.

Żaden mężczyzna nie jest kobietą.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....

.....

.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania przeciwnego do zdania:

Żaden notariusz nie jest osobą zaufania publicznego.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań kategorycznych, przyjmując jako przesłankę, że fałszywe jest zdanie przeciwne do zdania:

Tylko prawnicy są sędziami.

Wnioski:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

A. *nieprzechodnia relacja symetryczna*

B. *niezwrotna relacja słabo (częściowo) porządkująca*

Odpowiedź uzasadnij i podaj znaczenie oraz przykłady desygnatów obu nazw.

Odpowiedź:

7. Wyjaśnij pojęcie reguł konstrukcyjnych języka i określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Niespodziewanie napadało bardzo dużo śniegu, więc drogi znowu były nieprzejezdne.

Odpowiedź:

ZESTAW XIV

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$\sim(\sim(\sim r \downarrow q) \wedge (p / q)) \rightarrow (\sim(r \wedge \sim q) / (p \rightarrow \sim q))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli oferent złożył oświadczenie woli pod wpływem groźby bezprawnej lub złożył takie oświadczenie pod wpływem błędu, to może się uchylić od skutków prawnych swego doświadczenia. Zatem, jeśli nieprawda, że oferent złożył oświadczenie woli pod wpływem błędu, a może się uchylić od skutków prawnych swego oświadczenia, to oferent złożył oświadczenie woli pod wpływem groźby bezprawnej.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie:

Każdy dezterter jest pełnoletni, bo tylko pełnoletni są żołnierzami.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Brakująca przesłanka brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania podprzeciwne do zdania:

Niektórzy akcjonariusze są członkami rady nadzorczej spółki akcyjnej.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Przeprowadź wnioskowanie z kwadratu logicznego dla zdań modalnych, przyjmując jako przesłankę, że prawdziwe jest zdanie sprzeczne ze zdaniem:

Konieczne, że Maksymilian jest dziadkiem Pawła.

Wnioski:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami :

A. definicja równościowa

B. nieadekwatna definicja regulująca

Odpowiedź uzasadnij, i objaśnij pojęcia definicji równościowej oraz nieadekwatnej definicji regulującej.

Odpowiedź:

7. Określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Rozległ się przykry zgrzyt i wierzeje pokracznej budowli rozwarły się szeroko.

Odpowiedź:

ZESTAW XV

1. Sprawdź, czy następująca formuła jest tautologią:

$$\sim((\sim p \perp \sim r) \rightarrow (\sim r \equiv q)) \equiv \sim((\sim q \wedge r) \vee \sim(\sim p / \sim q))$$

Zakreśl prawidłową odpowiedź:

TAUTOLOGIA

NIETAUTOLOGIA

bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

2. Czy w następującym wnioskowaniu wniosek wynika logicznie z przesłanek:

Jeżeli Maksymilian zapoznał się w związku ze swoją funkcją z tajemnicą państwową i nieumyślnie ujawnił tę tajemnicę, to podlega odpowiedzialności karnej. Maksymilian zapoznał się w związku ze swą funkcją z tajemnicą państwową. Zatem nieprawda, że jeżeli Maksymilian podlega odpowiedzialności karnej to nieprawda, że nieumyślnie ujawnił tę tajemnicę.

Napisz formułę odpowiadającą temu wnioskowaniu:

Czy formuła ta jest tautologią?

TAK

NIE, bo dla $p = \dots$, $q = \dots$, $r = \dots$
formuła ta jest fałszywa.

3. Wyprowadź wniosek z następujących przesłanek przyjmując, że pierwsza przesłanka jest przesłanką większą. Gdyby okazało się to niemożliwe, to potraktuj drugą przesłankę jako większą.

Niektórzy policjanci są osobami dobrze wyszkolonymi w zwalczaniu przestępstw.

Zaden policjant nie jest łatwowierny.

Zapisz symbolicznie sylogizm:

.....
.....
.....

Wniosek brzmi następująco:

4. Przeprowadź kontrapozycję zupełną zdania sprzecznego ze zdaniem:

Tylko przestępcy są recydywistami.

W wyniku kontrapozycji zupełnej otrzymujemy zdanie:

5. Podaj przykład definicji, która jest jednocześnie za wąska i za szeroka. Odpowiedź uzasadnij i wyjaśnij, na czym polegają te dwa błędy w definiowaniu.

Odpowiedź:

6. Jaki stosunek zakresowy zachodzi pomiędzy nazwami:

- A. nieostra nazwa indywidualna
B. pusta nazwa jednostkowa

Odpowiedź uzasadnij, objaśniając pojęcia nazwy nieostrej, indywidualnej, pustej i jednostkowej.

Odpowiedź:

7. Objaśnij pojęcie reguł kwalifikacyjnych języka i określ kategorie syntaktyczne składników następującego zdania:

Padł strzał startera i biegacze ochoczo rozpoczęli bardzo długi bieg.

Odpowiedź:

Rozwiązania zadań z tautologii rachunku zdań

W poniższych rozwiązaniach stosuję następujące oznaczenia :

- sprzeczności oznaczane są przez obramowanie wartości logicznej, np. 1 lub 0
- miejsca przyjęcia wariantów w rozwiązaniach wariantowych oznaczane są przez *
- miejsca przyjęcia podwariantów w rozwiązaniach podwariantowych oznaczone są przez #

Ponadto należy pamiętać, że w zadaniach, których rozwiązania są wariantowe lub podwariantowe, zaś rozwiązanie prowadzi do stwierdzenia, że badana formuła nie jest tautologią rachunku zdań, możliwe jest określenie innych wartości zmiennych p, q, r , itd., dla których formuła ma wartość logiczną 0 (fałszu) – jeżeli przyjmie się warianty w innym fragmencie badanej formuły lub przyjmie się inną kolejność ich badania.

$$\text{Zad. 1. } ((q \rightarrow \sim p) \wedge (q \equiv \sim p)) \rightarrow ((\sim p \wedge q) \rightarrow (p \downarrow \sim q))$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} ((& q & \rightarrow & \sim & p &) & \wedge & (& q & \equiv & \sim & p &) &) & \rightarrow & (& (& \sim & p & \wedge & q &) & \rightarrow & (& p & \downarrow & \sim & q &) &) \\ 1 & & & & & & 1 & & & & 1 & & & & 0 & & 1 & 0 & 1 & 1 & & 0 & & 0 & & \boxed{0} & & 0 & 1 \end{array}$$

Odp. Badana formuła jest tautologią.

$$\text{Zad. 2. } \sim(\sim(\sim p \rightarrow q)/r) \rightarrow ((\sim r \downarrow q) \perp \sim(p \wedge \sim r))$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \sim & (& \sim & (& \sim & p & \rightarrow & q &) & / & r &) & \rightarrow & (& (& \sim & r & \downarrow & q &) & \perp & \sim & (& p & \wedge & \sim & r &) &) \\ 1 & & 1 & & 1 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & & 0 & & 0 & 1 & 1 & 0 & & 0 & 1 & & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 0, q = 0$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

$$\text{Zad. 3. } (\sim(p/q) \wedge (r \vee \sim p)) \rightarrow \sim((q \rightarrow \sim r) \perp (p \wedge \sim r))$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} (\sim(p/q) \wedge (r \vee \sim p)) \rightarrow \sim((q \rightarrow \sim r) \perp (p \wedge \sim r)) \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \boxed{1} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Odp. Badana formuła jest tautologią.

$$\text{Zad. 4. } (\sim(\sim s \rightarrow q) \perp (p \wedge r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee (r \rightarrow \sim q))$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} (\sim(\sim s \rightarrow q) \perp (p \wedge r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee (r \rightarrow \sim q)) \\ 0 & 1 & 1 & \boxed{1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Odp. Badana formuła jest tautologią.

$$\text{Zad. 5. } (\sim(q \vee r) \wedge (\sim(\sim q/p) \wedge (p \vee r))) \rightarrow ((r \perp q) \rightarrow (\sim p \wedge r))$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} (\sim(q \vee r) \wedge (\sim(\sim q/p) \wedge (p \vee r))) \rightarrow ((r \perp q) \rightarrow (\sim p \wedge r)) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Odp. Badana formuła jest tautologią.

$$\text{Zad. 6. } ((q \perp \sim r) \wedge (\sim p \rightarrow (r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow \sim q)$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} ((q \perp \sim r) \wedge (\sim p \rightarrow (r \rightarrow p))) \rightarrow ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow \sim q) \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \boxed{1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Odp. Badana formuła jest tautologią.

$$\text{Zad. 7. } \sim((r/p) \rightarrow \sim q) \equiv \sim(\sim(p \rightarrow \sim r) \equiv q)$$

L-P:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \sim((r/p) \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim(\sim(p \rightarrow \sim r) \equiv q) \\ 1 & 1 & \boxed{1} & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

P-L:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \sim(\sim(p \rightarrow \sim r) \equiv q) \rightarrow \sim((r/p) \rightarrow \sim q) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & * \end{array}$$

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1, q = 0$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

$$\text{Zad. 8. } \sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim((p \vee \sim r) \wedge \sim(r \rightarrow q))$$

L-P:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \sim(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim((p \vee \sim r) \wedge \sim(r \rightarrow q)) \\ 1 & 1 & \boxed{0} & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

P-L:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \sim((p \vee \sim r) \wedge \sim(r \rightarrow q)) \rightarrow \sim(p \wedge \sim q) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1, q = 0$ i $r = 0$ formuła ta jest fałszywa.

$$\text{Zad. 9. } \sim((p \rightarrow \sim r) \vee (r \wedge q)) \equiv (\sim q \wedge p)$$

L-P:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \sim((p \rightarrow \sim r) \vee (r \wedge q)) \rightarrow (\sim q \wedge p) \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \boxed{0} & 1 \end{array}$$

P-L:

$$\begin{array}{cccccccccccc} (\sim q \wedge p) \rightarrow \sim((p \rightarrow \sim r) \vee (r \wedge q)) \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1, q = 0$ i $r = 0$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 10. $\sim((p/\sim q) \perp \sim(p \rightarrow q)) \rightarrow (s \wedge \sim r)$

$\sim$	$(($	p	$/$	$\sim$	q	$)$	$\perp$	$\sim$	$($	p	$\rightarrow$	q	$)$	$\rightarrow$	$($	s	$\wedge$	$\sim$	r	$)$
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0					
		1	0	1	0	0	0	1	1	0										
		*		*																

Odp. Badana formuła jest tautologią.

Zad. 11. $((r \rightarrow \sim p) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow \sim((p \rightarrow \sim r) / \sim(q \wedge \sim r))$

$(((r \rightarrow \sim p) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow \sim ((p \rightarrow \sim r) / \sim (q \wedge \sim r)))$																													
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1			1	0	0	0	0	1	1	0											1	0	0	1	0			
					*		*																						

Odp. Badana formuła jest tautologią.

Zad. 12. $\sim((p \rightarrow \sim q) \perp (q \wedge r)) \rightarrow (\sim r \wedge p)$

$\sim$	$(($	p	$\rightarrow$	$\sim$	q	$)$	$\perp$	$($	q	$\wedge$	r	$)$	$\rightarrow$	$($	$\sim$	r	$\wedge$	p	$)$
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	
		0	1	0	1				1	1	1			0	1	0	0		
		*		*															

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 0$, $q = 1$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 13. $(\sim(\sim p \perp \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow q)) \equiv ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow (p \vee \sim(r \wedge q)))$

L - P:

$(\sim(\sim p \perp \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow q)) \rightarrow ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow (p \vee \sim(r \wedge q)))$																														
1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

P - L:

$(($	p	$\rightarrow$	$\sim$	r	$)$	$\rightarrow$	$($	p	$\vee$	$\sim$	$($	r	$\wedge$	q	$)$	$)$	$\rightarrow$	$(\sim(\sim$	p	$\perp$	$\sim$	q	$)$	$\wedge$	$(\sim$	r	$\rightarrow$	q	$)$
1	1	1																0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
																		1											
																		0											
																		*											*

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1$, $q = 0$ i $r = 0$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 14. $(\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (p \wedge r)) \equiv ((\sim p \equiv q) / \sim r)$

L - P:

$(\sim$	$($	p	$\rightarrow$	$\sim$	q	$)$	$\vee$	$($	p	$\wedge$	r	$)$	$\rightarrow$	$(($	$\sim$	p	$\equiv$	q	$)$	$/$	$\sim$	r	$)$
1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0		

P - L:

$(($	$\sim$	p	$\equiv$	q	$)$	$/$	$\sim$	r	$)$	$\rightarrow$	$(\sim$	$($	p	$\rightarrow$	$\sim$	q	$)$	$\vee$	$($	p	$\wedge$	r	$)$	$)$
0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0		
											1	0	1						0	1				
											0	1							0	0				
											*								*					

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 0$, $q = \text{dow.}$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 15. $\sim((\sim r/\sim p) \wedge \sim((p \vee \sim q) \rightarrow q)) \equiv ((\sim q/(\sim r \rightarrow p)) \wedge (\sim p \vee q))$

L - P:

$\sim((\sim r/\sim p) \wedge \sim((p \vee \sim q) \rightarrow q)) \rightarrow ((\sim q/(\sim r \rightarrow p)) \wedge (\sim p \vee q))$									
1	0				0	1	0	1	
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0
	1	0	1	0	1	1	1	0	0

P - L:

$((\sim q/(\sim r \rightarrow p)) \wedge (\sim p \vee q)) \rightarrow \sim((\sim r/\sim p) \wedge \sim((p \vee \sim q) \rightarrow q))$									
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

Odp. Badana formuła jest tautologią.

Zad. 16*. $((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge \sim q)) \wedge \sim(\sim q \wedge p) \equiv (r \wedge \sim q)$

L - P:

$((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge \sim q)) \wedge \sim(\sim q \wedge p) \rightarrow (r \wedge \sim q)$									
0	1	1	1	0	0				

P - L:

$(r \wedge \sim q) \rightarrow ((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge \sim q)) \wedge \sim(\sim q \wedge p)$									
1	1	1	0	0	1	1	0	0	1

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1$, $q = 0$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 17*. $\sim((p/\sim r) \wedge \sim(\sim q \downarrow r)) \equiv \sim((r \rightarrow (p \wedge \sim q)) \rightarrow (q \downarrow (\sim p \equiv q)))$

L - P:

$\sim((p/\sim r) \wedge \sim(\sim q \downarrow r)) \rightarrow \sim((r \rightarrow (p \wedge \sim q)) \rightarrow (q \downarrow (\sim p \equiv q)))$									
1	1	0	1	0	0	0	1	1	0

P - L:

$\sim((r \rightarrow (p \wedge \sim q)) \rightarrow (q \downarrow (\sim p \equiv q))) \rightarrow \sim((p/\sim r) \wedge \sim(\sim q \downarrow r))$									
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1$, $q = 0$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 18*. $((\sim p \rightarrow q) \rightarrow \sim r) / (q \wedge \sim r) \equiv ((\sim p \downarrow q) \perp (r \wedge \sim p))$

L - P:

$((\sim p \rightarrow q) \rightarrow \sim r) / (q \wedge \sim r) \rightarrow ((\sim p \downarrow q) \perp (r \wedge \sim p))$									
1	0	0	1	1	0	0	1	1	1

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1$, $q = 1$ i $r = 1$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 19*. $((\sim p \perp s) \wedge (\sim r / q)) \equiv ((s \equiv r) \rightarrow (p \vee \sim q))$

L – P:

$((\sim p \perp s) \wedge (\sim r / q)) \rightarrow ((s \equiv r) \rightarrow (p \vee \sim q))$
 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 1

P – L:

$((s \equiv r) \rightarrow (p \vee \sim q)) \rightarrow ((\sim p \perp s) \wedge (\sim r / q))$
 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1
 1 0
 # 0 # 1
 0 0
 * *

Odp. Badana formuła nie jest tautologią, bo dla $p = 1, q = 1, r = 0$ i $s = 1$ formuła ta jest fałszywa.

Zad. 20*. $(\sim(\sim p \wedge q) \wedge \sim(r \wedge q)) \equiv \sim(\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \vee \sim(r \rightarrow \sim q))$

L – P:

$(\sim(\sim p \wedge q) \wedge \sim(r \wedge q)) \rightarrow \sim(\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \vee \sim(r \rightarrow \sim q))$
 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1
 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1
 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 1
 * *

P – L:

$\sim(\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \vee \sim(r \rightarrow \sim q)) \rightarrow (\sim(\sim p \wedge q) \wedge \sim(r \wedge q))$
 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 1
 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0
 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1
 * *

Odp. Badana formuła jest tautologią.

Spis treści

I. Definiowanie funktorów prawdziwościowych	7
II. Tautologie rachunku zdań	23
III. Zadania tekstowe	39
IV. Wnioskowanie z kwadratu logicznego	55
V. Przekształcanie zdań kategorycznych	66
VI. Sylogizm kategoryczny	74
ANEKS: Wybrane zestawy pytań do egzaminów z przedmiotu „logika dla prawników” przeprowadzonych na Wydziale Prawa i Administracji Uniwersytetu Jagiellońskiego w latach 1991 – 2000	94
Rozwiązania zadań z tautologii rachunku zdań	119

